NOM : PRENOM : Groupe : .

EXAMEN FINAL PSA A2015 (1h30)
Eléments de correction

La notation tiendra compte de la qualité de la rédaction et des explications. Les trois parties sont à rendre séparément en n'oubliant pas de mettre son nom sur les trois feuilles.

Question 1: Pourquoi un oiseau peut-il se poser sur un fil d'une ligne à haute tension 400 kV sans se faire électrocuter ?

L'électrocution provient d'une tension importante entre deux points du corps humain, c'est-à-dire d'une différence de potentiel. Le potentiel d'un fil étant à peu près le même partout sur le fil (sa résistance étant très faible), en posant ses deux pattes sur un fil l'oiseau est soumis à une tension quasi-nulle.

Question 2 : On considère un dipôle AB dans lequel un générateur impose un champ électrique $\vec{E}$. Définir la tension électrique U_{AB} entre A et B par une intégrale.

On a : $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl}$ par définition.

Question 3 : Comment peut-on voir sur la caractéristique graphique u = f (i) d'un dipôle si il est actif ou passif ? Illustrer votre explication par un exemple.

Pour un dipôle passif la caractéristique passe par l'origine (par exemple pour une résistance u = Ri). Pour un dipôle actif, la caractéristique ne passe pas l'origine (par exemple une pile en modèle Thévenin : u = e – ri).

Question 4: On alimente un circuit R, L, C série avec un générateur de tension parfait de force électromotrice E constante.

1. Déterminer l'équation différentielle permettant de trouver le courant i dans le circuit.

Avec les notations du cours, en écrivant la loi des mailles, on aura $L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = E$ où q représente la charge du condensateur. D'où en dérivant :

$$\text{Equation différentielle : } L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

2. Déterminer la valeur de la résistance critique R_C du circuit en fonction de L et C (On rappelle que la résistance critique est la valeur maximale de R pour lequel on aura des oscillations amorties).

Pour trouver la résistance critique, il faut annuler le discriminant de l'équation caractéristique associée soit :

$$\Delta = R^2 - 4\ L/C = 0$$

D'où

$$R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Question 5:

1. Un dipôle en régime sinusoïdal est traversé par un courant $i(t) = I_0 \cos wt$ et est soumis à une tension $u(t) = U_o \cos(\ wt + \phi\ )$. Définir le facteur de puissance de ce circuit.

Facteur de puissance : $\cos \phi$ par définition.

2. Exprimer la puissance moyenne mise en jeu dans ce dipôle en fonction de I_o, U_o et du facteur de puissance (on ne demande pas la démonstration).

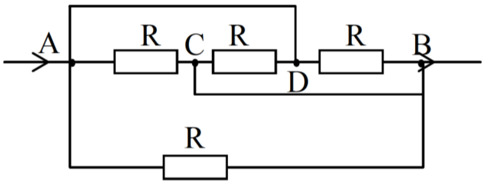
Puissance moyenne : $U_{eff}\, I_{eff}\ \cos \phi = \frac{UoIo}{2}\ \cos \phi$

3. Expliquer pourquoi on « impose » aux industriels un facteur de puissance proche de 1. Une explication précise est attendue.

On impose un facteur de puissance proche de 1 pour diminuer les pertes en ligne dans les fils qui lient le producteur et le consommateur. En effet à puissance et tension données, plus le facteur de puissance sera faible, plus l'intensité sera forte ce qui augmentera les pertes en lignes inutilement.

NOM : **PRENOM :** **Groupe :**

Exercice n°1 : Déterminer la résistance équivalente du circuit suivant vu de A et B en fonction de R. Les fils ont une résistance nulle et les quatre résistances ont la même valeur R.

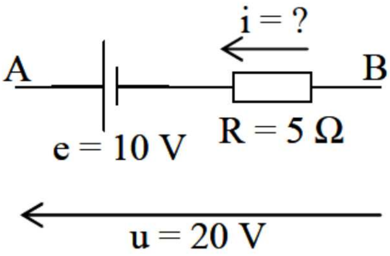


Les points A et D sont au même potentiel, de même que les points C et B. Les quatre résistances sont donc soumises à la même tension. Elles sont donc montées en parallèle. En parallèle les inverses des résistances s'ajoutent donc :

R_{eq} = R / 4.

Exercice n°2:

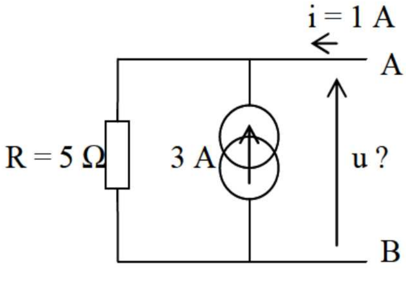
1. Déterminer i dans le montage suivant (le générateur de tension débite dans un circuit non représenté):



Il suffit de résoudre l'équation u = e – Ri et on trouve i = - 2A

Il y a donc certainement un autre générateur dans la partie non représentée du circuit.

2. Déterminer u dans le montage suivant (le générateur de courant débite dans un circuit non représenté).

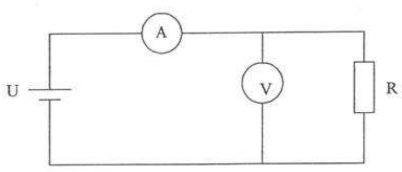


Si on appelle i' le courant descendant dans la résistance de 5 **Ω**, on aura i' = i + 3 et u = 5 i' d'où en résolvant le système : i' = 4 A et u = 20 V.

u = 20 V

Exercice n°3 : Attention dans cet exercice, le voltmètre et l'ampèremètre se comportent comme des résistances.

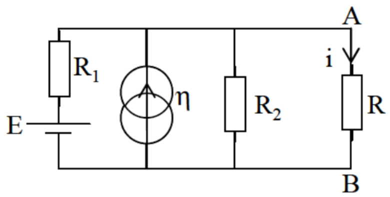
Un voltmètre de résistance 1 kΩ est branché aux bornes d'une résistance et l'ensemble est monté en série avec un ampèremètre. Quand une différence de potentiel est appliquée, le voltmètre indique 40 V et l'ampèremètre 0,05 A. Quelle est la valeur de la résistance ?



Le voltmètre est donc traversé par un courant qui vaudra 40 mA d'après la loi d'Ohm. Il en résulte que le courant qui passe dans R vaut 10 mA d'après la loi des nœuds. Comme la tension aux bornes de R vaut 40 V, on en déduit toujours d'après la loi d'Ohm que R = 4000 Ω.

R = 4000 Ω.

Exercice n°4 : Par la méthode de votre choix, déterminer le courant i dans la résistance R. On donnera le résultat en fonction de E, R_1, η, R_2 et R.



On peut d'abord transformer le générateur de Thévenin en générateur de Norton : (E/R_1 , R_1). On se retrouve alors avec deux générateurs de Norton en parallèle dont les courants électromoteurs s'ajoutent ainsi que les conductances :

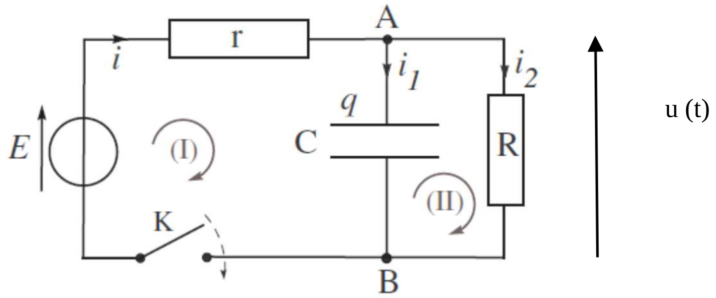
$\eta_{eq} = E/R_1 + \eta$ et $R_{eq} = R_1R_2/(R_1+R_2)$

On se retrouve ensuite avec une structure de pont diviseur de courant d'où $\mathrm{i} = \frac{\mathrm{neqReq}}{\mathrm{R+Req}}$ d'où

$$\mathrm{i} = \frac{(E+R_1 n)R_2}{R_1R_2+R_1R+R_2R}$$

NOM : PRENOM : Groupe : .

Exercice n°5 : On considère le circuit suivant dans lequel le générateur est parfait de fem E constante.



1. Donner la relation entre u, R et i_2 : $u = R\, i_2$

2. Donner la relation entre u, C et i_1. $i_1 = C \frac{du}{dt}$

3. Ecrire la loi des mailles dans la maille 1 en supposant l'interrupteur K fermé. En déduire la relation entre E, r, i et u. E = ri + u

4. Quelle relation lie i, i_1 et i_2. $i = i_1 + i_2$

5. Déduire de ce qui précède l'équation différentielle permettant de trouver u(t). On mettra cette équation différentielle sous la forme : $\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{\tau'}$. On exprimera τ et τ'en fonction de r, R et C. Il suffit de remplacer dans 4. les expressions trouvées dans 1. 2. et 3. pour trouver l'équation demandée avec : $\tau = RrC / (r + R)$ $\tau' = rC$

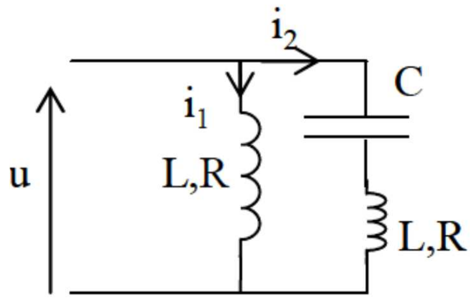
6. En supposant qu'on ferme l'interrupteur à t = 0, le condensateur étant déchargé, que vaut $u(0^+)$, tension aux bornes du condensateur tout de suite après la fermeture de l'interrupteur. On justifiera clairement. Il ne peut pas y avoir de discontinuité de tension dans un condensateur donc u(0+) = u(0-) = 0 puisque le condensateur n'est pas initialement chargé avant t = 0.

7. Résoudre l'équation différentielle précédente. On donnera u(t) en fonction de E, τ, τ' et t.

La solution de l'équation différentielle est du type A exp(- t/τ) + Eτ/τ'. En tenant compte de la condition initiale, on aura A = -Eτ/τ'

$$u(t) = E\tau/\tau'(1 - \exp(-t/\tau))$$

Exercice n°6 : On considère le montage suivant alimenté en courant alternatif sinusoïdal u(t) = E_o cos wt. Les deux bobines sont identiques.



1. Déterminer l'impédance complexe Z_1 de la branche R, L en fonction de R, L et w.

$$Z_1 = R + jLw$$

En déduire en utilisant la loi d'Ohm:

2. L'amplitude réelle I_{01} du courant $i_1(t)$.

Il suffit d'appliquer la loi d'Ohm avec les modules

$$I_{01} = \frac{Eo}{\sqrt{R^2+L^2w^2}}$$

3. La phase à l'origine ϕ_1 du courant $i_1(t)$.

… et avec les arguments $\phi_1 = -\mathrm{atan}(\frac{Lw}{R})$

4. L'expression du courant réel $i_1(t)$.

Il suffit de regrouper 2. et 3.

$$i_1(t) = \frac{Eo}{\sqrt{R^2+L^2w^2}} \cos\left(wt - \mathrm{atan}(\frac{Lw}{R})\right)$$

5. Déterminer l'impédance complexe Z_2 de la branche R, L, C en fonction de R, L, C et w.

$$Z_2 = R + j\,(Lw - 1/Cw)$$

En déduire :

6. L'expression du courant réel $i_2(t)$

Même technique que les questions 2. 3. et 4 avec la nouvelle impédance :

$$i_2(t) = \frac{Eo}{\sqrt{R^2+(Lw-\frac{1}{Cw})^2}} \cos\left(wt - \operatorname{atan}\left(\frac{Lw-\frac{1}{Cw}}{R}\right)\right)$$

7. On veut que les amplitudes des deux courants soient égales. En déduire C en fonction de L et w.

Il suffit d'égaler les deux termes $\frac{Eo}{\sqrt{R^2+L^2w^2}}$ et $\frac{Eo}{\sqrt{R^2+(Lw-\frac{1}{Cw})^2}}$ et on trouve

$$C = 1/(2Lw^2)$$

8. On veut que les deux courants soient déphasés de $\pi/2$. En déduire C en fonction de R, L et w. Il pourra être utile d'utiliser la formule « bien connue » : $\tan(x+\pi/2) = -1/\tan(x)$.

L'application de la formule proposée aux deux déphasages précédents conduit à :

$$C = \frac{L}{L^2w^2+R^2}$$