

Sur la diagonalisation des matrices

Question 1 : (4 points) Soit

$$A = \begin{pmatrix} 4+a & 5+a \\ a & a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

1. Calculer le polynôme caractéristique (1 points)
2. Pour quelles valeurs de a la matrice A est-elle diagonalisable? (3 points)

Sur les séries

Question 2 : (4 points) Étudier les séries de termes généraux suivantes :

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $u_n = \frac{n^2+1}{n+2} e$ | <input type="checkbox"/> $v_n = e^{-n}$ |
| <input type="checkbox"/> $w_n = \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)$ | <input type="checkbox"/> $t_n = \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$ |

Question 3 : (2 points) Si la série $\sum u_n$ à termes positifs converge alors :

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> la série $\sum \cos(u_n)$ converge | <input type="checkbox"/> la série $\sum \sin(u_n)$ converge |
| <input type="checkbox"/> la série $\sum e^{u_n}$ converge | <input type="checkbox"/> la série $\sum \ln(u_n)$ converge |

Question 4 : (2 points) La série de terme général $u_n = n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ est telle que

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Converge | <input type="checkbox"/> Diverge |
|-----------------------------------|----------------------------------|

Sur le Développement Limité

Question 5 : (2 points) Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant 0 telle que $f(0) = 0$ et $DL_4(0)$ de f est $f(x) = x + x^2 + o(x^4)$. Cocher la bonne réponse.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $f'(0) = 1$ | <input type="checkbox"/> $f''(0) = 1$ |
| <input type="checkbox"/> $f(2x) = 2x + 2x^2 + o(x^4)$ | <input type="checkbox"/> $f(x^2) = x^2 + \frac{1}{2}x^4 + o(x^4)$ |

Question 6 : (2 points) Déterminer le développement limité de la fonction $f(x) = \cos(x) \ln(1+x)$ à l'ordre 4 en 0.

Question 7 : (2 points) Déterminer le développement limité de la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ à l'ordre 3 en 2.

Question 8 : (2 points) Parmi les égalités suivantes, cocher la bonne réponse. :

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1} = \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{x^2} = 2$ |
|--|---|--|