FINAL SQ40 –A2008 *(Il sera tenu compte de la présentation* **(1 pt)** *– Cours, TDs et calculatrice autorisés)*

Partie A (5 pts)

1) Expliquer les raisons pour lesquelles la loi de Weibull prend une place importante dans la modélisation probabiliste.

2) Que pensez vous d'une approximation par une loi Log-Normal d'une loi de Poisson avec un λ=12 ? Justifier votre réponse

3) Que pensez vous d'une approximation par une loi de Weibull d'une loi de Poisson avec un λ=12 ? Justifier votre réponse

4) Si on admet qu'une variable aléatoire X possède un taux de dispersion (v_X) de 0.288675, Effectuer une estimation de la taille d'échantillon à faire pour étudier cette variable pour 95% de confiance.

5) Pour un échantillon de taille 800, si nous supposons que l'événement de base ait 15/1000 de probabilité, estimer l'intervalle de confiance de cette même probabilité à 95%.

Partie B (10 pts)

Dans cette partie nous allons étudier l'échantillon suivant {1159 ; 1269 ; 1359 ; 1443 ; 1528 ; 1616 ; 1713 ; 1827 ; 1974 ; 2215} et qui représente une variable aléatoire X qui varie entre 1000 et l'infinie.

1) D'après K. PEARSON, la distribution de l'échantillon donné ci-dessus pourra suivre quelle loi de probabilité ?

2) Si on admet que X est une variable aléatoire qui varie entre 1000 et l'infinie, quelles sont les lois de probabilités qui peuvent être employées pour la modélisation de sa distribution ? Calculer les paramètres de chaque loi de probabilité et donner pour chacune les valeurs suivantes $\chi_{0,95}$ tel que 0,95=Proba(X≤$\chi_{0,95}$), $\chi_{0,05}$ tel que 0,05=Proba(X≤$\chi_{0,05}$), $\chi_{0,95}^{\min}$ tel que Proba($X_{\min}$≤$\chi_{0,95}^{\min}$)=0,95, $\chi_{0,05}^{\min}$ tel que 0,05=Proba($X_{\min}$≤$\chi_{0,05}^{\min}$), $\chi_{0,95}^{\max}$ tel que Proba($X_{\max}$≤$\chi_{0,95}^{\max}$)=0,95 et $\chi_{0,05}^{\max}$ tel que Proba($X_{\max}$≤$\chi_{0,05}^{\max}$)=0,95.

3) Confirmer par un test graphique à 80% de confiance que la variable aléatoire X peut suivre une loi de Weibull. En déduire, l'estimation ponctuelle et par intervalle de confiance des paramètres de la loi, du risque que X dépasse la valeur 2000 et la valeur de x qui risque d'être dépassée 99 fois sur 100.

Partie C (4 pts)

Soit V une variable aléatoire qui s'écrit en fonction de deux autres variables aléatoires T et U de la manière suivante : $V = \frac{x}{y}\left(\frac{T}{U} - c\right)$ avec x, y et c des constantes. Les caractéristiques statistiques pour T et U sont les suivantes:

Variable aléatoire	Moyenne	Ecart-type
T	m_T =125	s_T =39.53
U	m_U =320	s_U =64

Exprimer $v_{0.99}$ en fonction de x, y, c, m_T, s_T, m_U et s_U avec Proba(V≤$v_{0,99}$)= 0.99 dans les cas suivants :

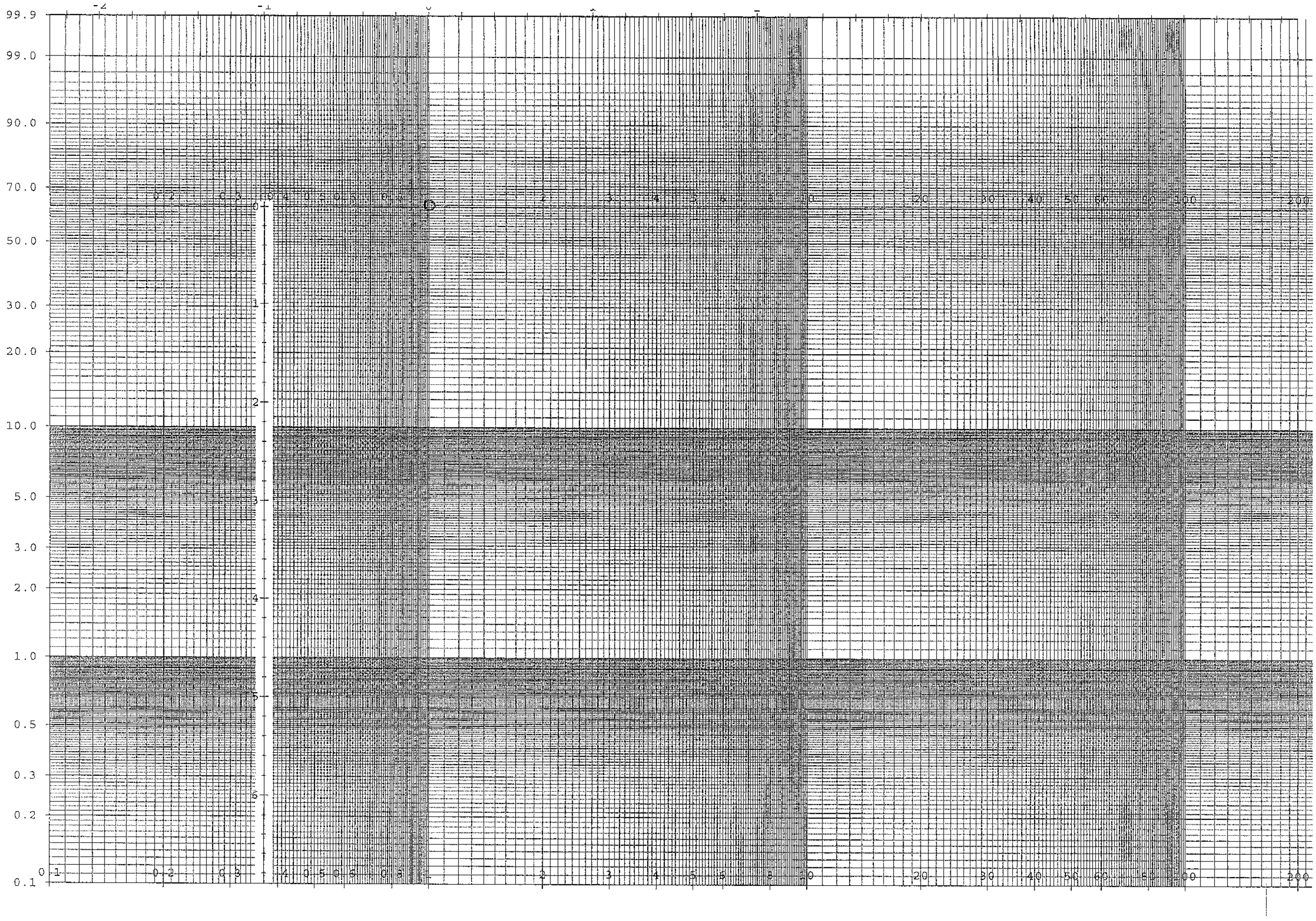
1) T et U suivent des lois GAMMA avec des décalages nuls,

2) T et U suivent des lois LOG NORMALES avec des décalages nuls,

3) T et U suivent des lois NORMALES,

4) Applications numériques dans le cas où x=1, y=3 et c=2

Bonne chance


99.9
99.0
90.0
70.0
50.0
30.0
20.0
10.0
5.0
3.0
2.0
1.0
0.5
0.3
0.2
0.1
-2
-1
0
1
2
0
1
2
3
4
5
6
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.8
1
2
3
4
5
6
8
10
20
30
40
50
60
80
100
200