Final SQ40 - P2009 – **Les documents autorisés sont uniquement les tables statistiques et une fiche manuscrite - Les notes manuscrites sur les tables sont autorisées - calculatrice autorisée- votre téléphone mobile doit être éteint et invisible.**

Partie A :

1- Définissez une expérience aléatoire dont le résultat est binaire. Cette variable sera appelée $\mathbf{K_i}$. Nous allons considérer qu'un des deux résultats possibles est favorable et l'autre ne l'est pas.

2- Donner la probabilité du résultat défavorable que vous souhaitez étudier. Cette probabilité sera appelée **p**.

3- Nous allons admettre que cette expérience se répète régulièrement. Définissez le nombre de fois que cette expérience de base ($\mathbf{K_i}$) se répète. Ce nombre sera appelée **n**. Nous admettons (pour la suite) que les (**n**) expériences sont indépendantes entre elles.

4- Nous définissons **K** comme la variable aléatoire qui représente le nombre de fois où l'évènement de base (défavorable et définie en 2) sera obtenu après les **n** expériences effectuées. Donner ($\mathcal{D}_K$) le domaine de définition de **K**, ainsi que la loi de probabilité suivie par **K** et ses caractéristiques (moyenne ($\mathbf{m_K}$), écart-type ($\boldsymbol{\sigma_K}$), asymétrie ($\mathbf{G_1(K)}$), aplatissement ($\mathbf{G_2(K)}$). Il est demandé aussi de rappeler les formules employées ainsi que les valeurs issues de l'application numériques que vous venez de proposer.

5- Comment qualifieriez-vous la variable **K** que vous proposez ?

6- Pourriez vous proposez une approximation de la loi de K ? Si oui, dites laquelle, pourquoi et exprimer ces paramètres. Si non pourquoi ?

7- Calculer la probabilité que **K** ne dépasse pas la moyenne et une fois l'écart-type ?

Partie B :

Chaque fois que l'évènement défavorable (étudié dans la partie A) intervient, ceci induit des actions dont les conséquences est une variable aléatoire supposée homogène et appelée **C**, avec une moyenne nommée $\mathbf{m_C}$, un coefficient de variation $\mathbf{v_C}$ et un décalage $\mathbf{a_C}$. Donner (après une justification très résumée) des valeurs pour les trois paramètres précédents.

1- D'après K. PEARSON, la distribution de **C** pourra suivre combien de lois de probabilité et lesquelles ?

2- calculer les paramètres de chaque loi de probabilité et donner pour chacune les valeurs de $C_{0,95}$ tel que Proba($C \le C_{0,95}$)=0,95, $C_{0,05}$ tel que Proba($C \le C_{0,05}$)=0.05, $C^{min}_{0,95}$ tel que Proba($C_{min} \le C^{min}_{0,95}$)=0,95, $C^{min}_{0,05}$ tel que Proba($C_{min} \le C^{min}_{0,05}$)=0,05, $C^{max}_{0,95}$ tel que Proba($C_{max} \le C^{max}_{0,95}$)=0,95 et $C^{max}_{0,05}$ tel que Proba($C_{max} \le C^{max}_{0,05}$)=0,05. Nous supposons dans cette partie que la taille d'échantillon est égale à la moyenne de **K**.

Partie C :

Dans cette partie nous considérons que la variable aléatoire **C** (proposée dans la partie B) suit une loi Log-Normal avec un décalage nul. On définit ($\mathbf{C_g}$) une variable aléatoire continue (supposée homogène) qui représente les conséquences globales de l'ensemble des évènements défavorables intervenus et étudiés en A. Il est évident que $\mathbf{C_g}$ est égal au produit de **K** et de **C**.

1- Proposer une approximation de la loi de **K** par une loi log-normal. Mesurer la qualité de cette approximation. Vos commentaires

2- Supposons que l'approximation proposée en 1 est validée. Donner la loi de $\mathbf{C_g}$ ainsi que les valeurs de sa moyenne (m_{Cg}) et de son écart-type (σ_{Cg}), et la probabilité que $\mathbf{C_g}$ soit supérieur à sa moyenne plus une fois son écart-type.

Partie D :

Dans cette partie nous définissons une variable aléatoire continue homogène $\mathbf{C_a}$ qui exprime les ressources dont nous disposons pour palier aux évènements défavorables étudiés en A et dont les conséquences globales ont été définit en B par la variable $\mathbf{C_g}$. Dans cette partie, nous conservons les valeurs de m_{Cg} et σ_{Cg} obtenues dans la partie C. Proposer des valeurs pour la moyenne (m_{Ca}) et le coefficient de variation (v_{Ca}) de $\mathbf{C_a}$. Nous supposons un décalage nul pour $\mathbf{C_a}$. Soit X une variable aléatoire qui exprime le rapport entre $\mathbf{C_g}$ / $\mathbf{C_a}$. Calculer $x_{0.99}$ en fonction de m_{Cg} , σ_{Cg}, m_{Ca} et σ_{Ca} avec Proba($X \le x_{0,99}$)= 0.99 dans les cas suivants :

1- $\mathbf{C_g}$ et $\mathbf{C_a}$ suivent des lois GAMMA avec des décalages nuls,

2- $\mathbf{C_g}$ et $\mathbf{C_a}$ suivent des lois LOG NORMALES avec des décalages nuls,

3- $\mathbf{C_g}$ et $\mathbf{C_a}$ suivent des lois NORMALES,

Partie E :

Dans cette partie nous considérons que les variables $\mathbf{C_g}$ et $\mathbf{C_a}$ suivent des lois de Weibull avec les moyennes et les écart-types utilisés dans la partie D. Estimer les paramètres des lois de Weibull pour chacune de ces deux variables. Simuler ponctuellement un échantillon de taille 5 représentatif de chacune de ses deux variables. Effectuer (dans l'ordre) le rapport Cg/Ca entre ces deux échantillons. Etudier si cet échantillon suit une loi de Weibull.

Bonne chance