

## Final - SQ40 - Probabilités statistiques pour l'ingénieur

**Durée : 2 heures.**

Seules les tables statistiques annotées sont autorisées.

Calculatrice autorisée.

On s'intéresse à l'étude théorique d'une éolienne. Un paramètre important est la vitesse spécifique ou le paramètre de rapidité noté  $\lambda$ . Cette vitesse est le rapport entre la vitesse de l'extrémité des pales et la vitesse du vent. Les machines peuvent être classées en fonction de ce paramètre :

1. si  $\lambda < 3$ , l'éolienne est dite lente,
2. si  $\lambda \geq 3$ , l'éolienne est dite rapide.

On introduit trois variables aléatoires :

$$\left. \begin{array}{l} V : \text{vitesse du vent (en m/s),} \\ P : \text{vitesse de l'extrémité des pales (en m/s),} \\ \lambda : \text{la vitesse spécifique (en m/s).} \end{array} \right\} \text{ avec } \lambda = \frac{P}{V}.$$

### Partie 1

On admet ici que P et V suivent des lois log-normale de moyenne  $m_P$ ,  $m_V$  et d'écart type  $\sigma_P$ ,  $\sigma_V$ .

1. Quelle est la loi suivie par  $\lambda$ ? On vous demande de justifier votre réponse.
2. Exprimer la moyenne et l'écart type de  $\lambda$  en fonction de  $m_P$ ,  $m_V$ ,  $\sigma_P$  et  $\sigma_V$ .

### Partie 2 (Vitesse spécifique)

On souhaite installer un parc éolien sur un site bien précis. Des mesures ont été effectuées sur la vitesse du vent de ce site et les résultats suivants ont été obtenus :  $m_V = 15$  et  $\sigma_V = 5$ .

Le constructeur des éoliennes ne sait pas quel type (lente ou rapide) choisir pour ce parc. Il peut seulement fournir des informations sur la vitesse des pales de ses éoliennes :  $m_P = 50$  et  $\sigma_P = 5$ .

Il souhaite connaître le type d'éoliennes qui conviendrait le mieux à ce site pour une sécurité à 90% de cette installation. On cherche donc la valeur idéale de la vitesse spécifique telle que :

$$P(\lambda \leq \lambda_{0,9}) = 0.90$$

1. Déterminer la valeur de  $\lambda_{0,9}$  dans les trois cas suivants :
  - (a) P et V suivent des lois log-normales avec des décalages nuls.
  - (b) P et V suivent des lois Gamma avec des décalages nuls.
  - (c) P et V suivent des lois normales.
2. Quel type d'éoliennes retiendriez-vous ?

### Partie 3 (Vitesse du vent)

En fonction de la vitesse du vent qui peut varier énormément selon le site, le rendement d'une éolienne pourra fortement changer. Il est donc important de faire une étude préalable de cette vitesse sur le site d'implantation. C'est pourquoi, on s'intéresse maintenant au comportement extrême de V.

On rappelle que sur le site en question  $m_V = 15$  et  $\sigma_V = 5$  (pas de décalage). Nous disposons de 5 mesures de cette vitesse. On suppose alors que V peut être modélisée selon les lois de probabilités suivantes : loi Normale, loi Log-Normale, loi Gamma, loi  $\beta^2$ , loi  $\beta^1$  ( $b_T = 30$ ) et une loi de Weibull.

Pour chacune de ces lois, calculer les indicateurs,  $v_{0,9}$ ,  $v_{0,9}^{max}$ ,  $v_{0,1}^{max}$  tels que :

$$P(V \leq v_{0,9}) = 0.9 \quad P(V_{max} \leq v_{0,9}^{max}) = 0.9 \quad P(V_{max} \leq v_{0,1}^{max}) = 0.1$$

### Partie 4 (Vitesse du vent et loi de Weibull)

Les mesures effectuées sur le site ont permis de relever les vitesses du vent suivantes :

9	13	15	18	22
---	----	----	----	----

1. Justifier graphiquement l'utilisation d'une loi de Weibull pour modéliser la vitesse du vent. Estimer les paramètres  $a_T$ ,  $\eta$  et  $\beta$  de cette loi.
2. Estimer la moyenne.
3. On construit à présent la bande d'acceptation de l'hypothèse de loi au seuil de 80%. Estimer par intervalle de confiance les paramètres  $\eta$  et  $\beta$ .

