

EXAMEN FINAL**Session Automne 2007****Durée de l'épreuve : 2 heures**

- Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance de la totalité du texte du sujet avant de répondre à toute question.
- Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question.
- On accordera la plus grande attention à la clarté de la rédaction, à la présentation, aux schémas et à la présence d'unité de mesure. Les résultats seront encadrés.

Les exercices sont indépendants - Documentation : Une feuille A4 recto/verso est autorisée
Les parties A et B sont indépendants. Elles devront être rédigées sur des copies séparées

PARTIE A (16 points):**Exercice 1:**

Soit le système défini par sa FTBO $G(p)$ suivante :

$$G(p) = \frac{K}{p(p+5)^2}, \quad \text{avec } K > 0$$

- 1) Déterminer la valeur de K qui assure au système, placé dans une boucle à retour unitaire, une marge de phase supérieure à 45° et un dépassement en BF inférieur à 10%.
- 2) Quelle est alors la valeur du temps de montée ?

Exercice 2:

Soit un système décrit par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sin x_1 - x_1^3 + x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u \end{cases} \quad (1)$$

- 1) Prouver que le point d'équilibre du système (1), lorsque $u=0$, est l'origine.
- 2) On souhaite stabiliser ce système vers son point d'équilibre en utilisant une commande non linéaire. Dans ce cas, utiliser la méthode de Lyapunov par Backstepping afin de déterminer la commande.
- 3) Quelle est la nature de la stabilité du point d'équilibre.

Exercice 3:

Soit un système décrit par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = 3x_1^2 x_2 + x_1 + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2)$$

- 1) Calculer le degré relatif de ce système.
- 2) Calculer le difféomorphisme permettant le changement de base.
- 3) Proposer une commande permettant une linéarisation exacte par bouclage.
- 4) Donner la forme canonique de ce système.



SY46
Final du 21-01-2008

PARTIE B : QUESTIONNAIRE SUR LES MODES GLISSANTS (4 points)

Nom : Signature :

Remarque Importante : Répondre exclusivement sur le questionnaire

Considérons le système dynamique suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1\end{aligned}\tag{1}$$

On souhaite stabiliser le système (1) vers l'origine (0, 0) en utilisant une loi de commande de type modes glissants. La synthèse de cette dernière se déroule en deux étapes. La première étape consiste à définir une surface de glissement ($s(x) = 0$) qui permet de satisfaire l'objectif de commande.

Question 1 Parmi les variables de glissement proposées ci-après, quelle est celle dont l'ensemble de glissement permet de garantir un mode glissant stable? Justifier votre réponse.

- a) $s_1(x) = x_1 - x_2$
- b) $s_2(x) = x_1 + x_2$

Suite Question 1

Question 2 : Posons $s(x) = x_1 + x_2$. Calculer la commande équivalente u_{eq} solution de l'équation $\dot{s}(x) = 0$.

Question 3 : Montrer que la loi de commande suivante

$$u = -2x_1 - \text{sign}(x_1 + x_2)$$

force un mode glissant sur la surface de glissement $s(x) = 0$ (utiliser la fonction de Lyapunov candidate $V(x) = \frac{1}{2}s^2(x)$).