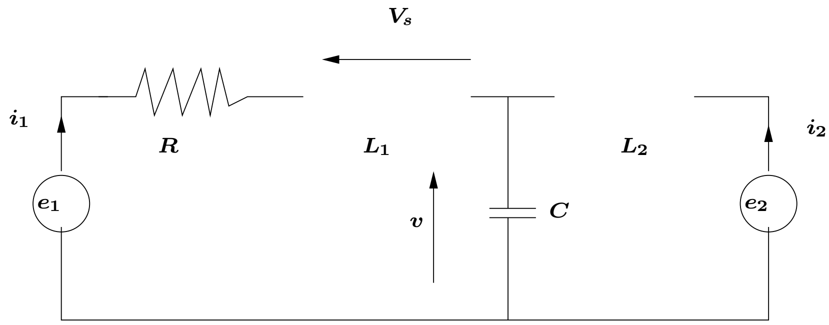
Les documents sont autorisés

Problème 1

On considère le système présenté dans la figure 1 : Les variables d'entrées sont les tensions $\boldsymbol{e_1}$ et $\boldsymbol{e_2}$. La sortie est la tension $\boldsymbol{V_s}$ aux bornes de $\boldsymbol{L_1}$.



(2 points) 1. En utilisant les lois des mailles et des nœuds, déterminer les équations caractéristiques du système.

(3 points) 2. En choisissant comme variables d'état la tension aux bornes de la capacité et les courants $\boldsymbol{i_1}$ et $\boldsymbol{i_2}$, établir l'équation d'état du système sous la forme :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Gx(t) + Du(t)$$

Problème 2

On considère le système linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} x(t)$$
$$y(t) = (1 \quad 0)x(t)$$

On s'intéresse à la trajectoire de la sortie $\boldsymbol{y(t)}$ obtenue à partir de la condition initiale suivante $\boldsymbol{x(0)} = \binom{1}{0}$. Pour déterminer $\boldsymbol{y(t)}$, on suivra la démarche suivante :

(6 points) 1. Exprimer la matrice de transition $\phi(t) = e^{At}$ en fonction de $\boldsymbol{t}$.

(1 point) 2. Calculer $\boldsymbol{x(t)}$ en fonction de $\boldsymbol{t}$.

(1 point) 3. En déduire la solution $\boldsymbol{y(t)}$ en fonction de $\boldsymbol{t}$.

Problème 3

On considère un système dont les équations symboliques sont :

$$
\begin{aligned}
X_1 &= rE + 2rS - (3r + fp)X_2 \\
X_2 &= \frac{X_1}{Mp^2} \\
X_3 &= 2rX_2 - 2(r + fp)S \\
S &= \frac{X_3}{2Mp^2}
\end{aligned}
$$

E est l'entrée du système, S est sa sortie.

(7 points) 1. En appliquant la règle de Mason, calculer la fonction de transfert du système sous la forme :

$$\frac{S}{E} = \frac{1}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4}$$

où les a_j sont des coefficients à déterminer. En prendra la structure suivante :