(b) Passer la dérivation sous le signe somme mais avec une dérivation partielle : $\displaystyle\int\int\int_{\omega_t} \frac{\partial a}{\partial t}\, d\omega_t$

(c) Passer la dérivation sous le signe somme mais en multipliant par la masse volumique : $\displaystyle\int\int\int_{\omega_t} \rho \frac{da}{dt}\, d\omega_t$

(d) Passer la dérivation sous le signe somme mais en ajoutant un terme additionnel : $\displaystyle\int\int\int_{\omega_t} \left(\frac{da}{dt} + a\, div\underline{u}\right) d\omega_t$

(e) aucune des solutions proposées dans les réponses ci-dessus

Exercice 2 : Conservation de la masse - 4 points

La pièce est un cylindre de longueur L et de base circulaire de rayon R. On note $\underline{X}$ les coordonnées lagrangiennes et $\underline{x}$ les coordonnées eulériennes du point M. On travaillera dans la base cartésienne $(\underline{e}_1\,, \underline{e}_2\,, \underline{e}_3\,)$. Soit la description lagrangienne suivante :

$$\begin{cases} x_1 = X_1 \cos(\omega\, t) - \dfrac{X_2}{a} \sin(\omega\, t) \\ x_2 = \dfrac{X_1}{b} \sin(\omega\, t) + X_2 \cos(\omega\, t) \\ x_3 = X_3\, (1 + \dfrac{t}{T}) \end{cases}$$

où a, b sont des constantes réelles telles que $ab = 1$ et $0 \leq t \leq T$

Questions :

1. Calculer $\underline{\underline{F}}$ et $det\underline{\underline{F}}$.
2. Calculer la vitesse eulérienne.
3. Soit ρ_0 la masse volumique à l'instant $t = 0$. A l'aide de l'équation de continuité en eulérienne, calculer la masse volumique ρ à l'instant t en fonction de ρ_0.
4. A l'aide de l'équation de continuité en lagrangienne, calculer la masse volumique ρ à l'instant t en fonction de ρ_0.
5. On suppose la répartition de masse homogène en espace. Calculer la masse du cylindre.