

Exercice 3 : 10 points

Soit un prisme de longueur L suivant la direction \underline{e}_3 et de base triangulaire OAB isocèle et rectangle en O . Ses dimensions sont h suivant les directions \underline{e}_1 et \underline{e}_2 (cf figure 1). La structure est fixée sur la face OB (déplacement nul suivant les directions \underline{e}_1 et \underline{e}_2) et supporte une pression linéairement répartie $p(x_2)$ sur le côté OA . La face AB est libre d'efforts.

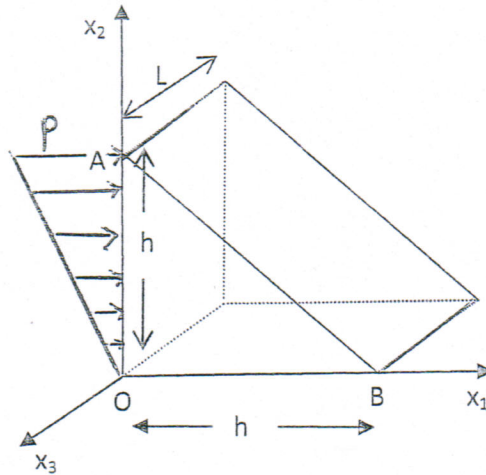


figure 1

On suppose que l'on travaille dans le cadre des hypothèses des petites perturbations et dans le cas isotherme et que le matériau est homogène, élastique et isotrope. Le solide ne subit pas de forces volumiques. On travaillera dans la base cartésienne $(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)$.

Questions :

1. On cherche le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \alpha \begin{pmatrix} x_2 & x_1 & 0 \\ x_1 & -(2x_1 + x_2) & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu x_1 \end{pmatrix}$$

où α est une constante et ν le coefficient de Poisson. Vérifier que $\underline{\underline{\sigma}}$ satisfait les équations d'équilibre.

2. Donner l'expression de la pression $p(x_2)$ appliquée sur la face OA en fonction de p (constante positive), x_2 et h (cf figure 1).
3. Donner l'expression de α en fonction de p et h en utilisant les conditions aux limites.
4. Calculer la force relative à $\underline{\underline{\sigma}}$ sur la face OA .