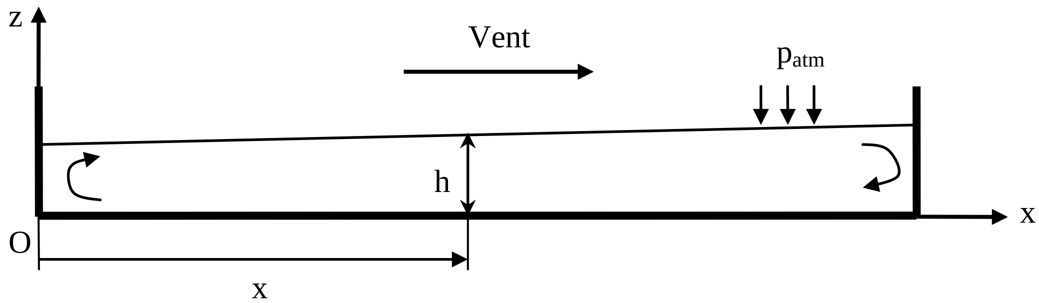
TF 40 Examen Final Le 18/01/2012

Durée : 2 heures
Documents autorisés : Un A4 recto verso + formulaire
Les parties A et B sont à rédiger sur copies séparées.

A) Influence du vent : (10 points)

On considère un bassin de largeur constante, de très grande longueur L, fermé à ses extrémités et contenant de l'eau de viscosité dynamique μ_0. On s'intéresse à l'écoulement crée par un vent soufflant de façon constante dans le sens de la longueur du bassin. On étudie plus particulièrement cet écoulement dans la partie centrale du bassin, loin des extrémités.



La vitesse de l'eau est définie par : $\underline{U} = u\underline{e}_x + v\underline{e}_y + w\underline{e}_z$

La vitesse du vent est suffisamment faible pour que l'inclinaison de la surface libre puisse être négligée et que la surface libre reste lisse et plane. De plus, le vent exerce sur la surface de l'eau une contrainte constante notée τ_v qui sera supposée connue.

A1) Formuler les hypothèses complémentaires qui vous semblent utiles pour cette étude. Vous justifierez chacune d'elles.

A2) Exprimer et commenter l'équation différentielle qui gouverne le problème.

A3) Indiquer de façon détaillée les conditions aux limites à mettre en œuvre pour résoudre cette équation. Préciser ce que représente τ_v.

A4) Résoudre l'équation différentielle du mouvement pour en déduire l'expression de la vitesse en fonction de μ_0, h, p_g et τ_v.

A5) On appelle Q le débit volume par unité de largeur dans une section du bassin. Déterminer l'expression analytique de Q.

A6) Quelle est la valeur de Q ? Expliquer pourquoi (avec un schéma éventuellement).

A7) À l'aide de la question précédente, formuler la nouvelle expression de la vitesse de l'eau dans la partie centrale du bassin.

A8) Tracer le profil adimensionnel (u/u_{max}) de la vitesse de l'eau en fonction de z/h dans une section centrale du bassin et commenter les points particuliers.

B) ÉCOULEMENT AU-DESSUS D'UN DIEDRE AIGU. (10 points)

Première partie : écoulement potentiel.
Dans une première partie on considère un écoulement potentiel au-dessus d'un dièdre aigu dont l'angle au sommet vaut 2α avec α = 1° ($\alpha = \pi/180$ en radians). On rappelle que dans ce cas :

$$f(z) = \frac{A}{p} z^p.$$

B1) Quelles sont les hypothèses nécessaires à l'étude ?

B2) Donner la vitesse complexe. En déduire les composantes cartésiennes u et v de la vitesse sous forme littérale, en précisant la valeur de p.

B3) Montrer que dans l'écoulement, quel que soit θ, le module de la vitesse vaut Ar^m le long des cercles de rayon r. Quelles sont les dimensions de A ? Montrer que l'on a : $m = \frac{1}{179}$.

B4) On pose désormais $A = \frac{U_0}{d^m}$. A quelle distance x de la paroi Ox aura-t-on $u = U_0$?

Deuxième partie : couche limite.
On considère une partition cœur / couche limite, de telle sorte que l'écoulement potentiel vu précédemment fourni la vitesse au-dessus de la couche limite le long de la paroi Ox :

$$U_\infty = U_0 \left(\frac{x}{d}\right)^m$$

On considère un écoulement d'air dans les conditions standard avec $U_0 = 5$ m.s^{-1} ; d = 1m et $Rec = 5.10^5$.

B5) Que deviennent les hypothèses nécessaires à l'étude ?

B6) Donner dans un tableau les valeurs numériques de $\frac{U_\infty(x)}{U_0}$ pour $\frac{x}{d}$ = 0 ; 10^{-3} ; 10^{-2} ; 0,1 ; 0,2 ; 0,5 ; 1 et 1,5.

B7) En fonction de ces résultats, sous quelles conditions peut-on d'après vous garder la solution de Blasius (c'est-à-dire la table des valeurs numériques du formulaire) en remplaçant U_∞ par $U_0 \left(\frac{x}{d}\right)^m$ pour $x \leq x_C$?

B8) La paroi Ox est de longueur $L = x_C$ et de largeur b = 1m. Calculer successivement x_C ; $\delta(x_C)$ pour $\eta = 5{,}64$; $\tau_p(x)$; $\overline{\tau_p}(L)$; en déduire l'effort de frottement Ft (bien préciser les unités).