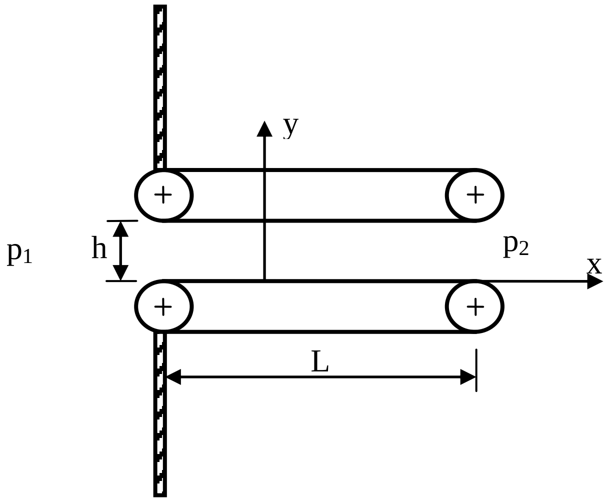
**TF 40** Examen Final Le 17/01/2012

*Durée : 2 heures*
*Documents autorisés : formulaire de TD + 1A4 recto/verso d'éléments de cours*
**Les parties A et B sont à rédiger sur copies séparées.**

**A)** *(10pts.)*
Deux réservoirs de grande largeur sont séparés par une paroi verticale comportant une fente horizontale dont la largeur est comparable à celle des réservoirs et dont les bords sont matérialisés par deux tapis roulants comme le montre le schéma en coupe.
Les deux réservoirs contiennent le même liquide de masse volumique $\rho$ = 1040 kg/m$^3$ et de viscosité cinématique $\nu = 18.10^{-5}$ m$^2$/s. Les niveaux de liquide sont constants de part et d'autre.
La distance entre les deux tapis est h = 20mm et la longueur des tapis est L = 3 m.
On mesure des pressions statiques différentes ($p_1$ et $p_2$) dans les deux réservoirs à la même altitude.




On souhaite étudier ici les caractéristiques de l'écoulement à faible débit entre les deux réservoirs en fonction du fonctionnement des tapis roulants.

**A1)** Formulez les 5 hypothèses les plus importantes, valides pour l'ensemble de l'étude.

**A2)** Les deux tapis sont immobiles.
a) Expliquez très brièvement pourquoi il y a un écoulement.
b) Compte tenu de vos réponses à la question A1), donnez l'expression de l'équation différentielle qui représente l'écoulement sans la démontrer.
c) Intégrer cette équation pour obtenir l'expression de la vitesse en tout point de l'entrefer.
d) Exprimer puis calculer le débit volume par unité de largeur $q_v$ sachant que $p_1$ = 1450 Pa et $p_2$ = 1300 Pa.

**A3)** Le tapis inférieur est en mouvement de translation à la vitesse constante: $\underline{U} = -V_1 \underline{e}_x$.
a) Quelle est la nouvelle expression de la vitesse du liquide ?
b) En déduire l'expression du débit $q_v$ dans ce cas.
c) Quelle est l'expression de $V_1$ pour que le débit $q_v$ soit nul dans l'entrefer ? Faire l'application numérique.

**A4)** Les deux tapis sont désormais en mouvement à la même vitesse constante: $\underline{U} = -V_2 \underline{e}_x$
a) Que devient l'expression de la vitesse du liquide ? Tracer son allure.
b) Exprimer puis calculer la vitesse $V_2$ pour que le débit $q_v$ soit nul dans l'entrefer.

**B) ÉCOULEMENT POTENTIEL.** *(6 pts.)*
On considère un écoulement potentiel entre les parois d'un dièdre d'angle légèrement inférieur à $\frac{\pi}{2}$ . Cet écoulement est décrit par la fonction complexe $f(z) = \frac{A}{p} z^p$ avec dans la suite $p$ = 2,2 et $A$ = 3 (en unités S.I.).
**A1)** Quel est l'angle entre les parois $\Psi = 0$ (pour $k = 0$ et $k = 1$) ?
**A2)** Montrer que les points $M_1(r = b, \theta = \frac{\pi}{p} - \alpha)$ et $M_2(r = b, \theta = \alpha)$ se trouvent sur une même ligne de courant.
**A3)** On appelle $\underline{U_1}$ et $\underline{U_2}$ les vitesses en $M_1$ et $M_2$ .
Exprimer, à l'aide de la vitesse complexe, les vitesses en $M_1$ et $M_2$.
Trouver $\alpha$ pour avoir $\underline{U_1}.\underline{U_2} = 0$.
Trouver $b$ pour que cette même ligne de courant $M_1$ $M_2$ passe aussi par le point $P(r = 1\text{m}, \theta = 0{,}1\text{rd})$.
Donner la valeur constante $\Psi_0$de $\Psi$ sur cette ligne de courant.

*Rappel :* $cos(a)\, cos(b) + sin(a)\, sin(b) = cos\,(a - b)$ .

**C) COUCHE LIMITE LAMINAIRE.** *(4 pts.)*
Une petite mouche s'est posée sur la vitre latérale d'une voiture. En fonction des caractéristiques d'adhérence de ses pattes, il existe une vitesse limite de la voiture au-delà de laquelle l'insecte sera chassé de la vitre. On assimile le problème à un obstacle immergé dans la couche limite au-dessus d'une plaque plane. On suppose que l'insecte ne perturbe quasiment pas la répartition des vitesses en amont dans la couche limite, qu'il se trouve à la cote $x$ et que sa hauteur $d$ = 1mm correspond à $\eta$ = 1,6 . Dans ces conditions la répartition des vitesses entre $y$ = 0 et $y = d$ est quasiment linéaire et on peut considérer une vitesse moyenne quadratique $\overline{u}^2 = \frac{1}{3}[u(d)]^2$ par suite l'effort $F_x$ exercé par l'écoulement sur l'insecte est donné par :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho\overline{u}^2 S C_x \text{ avec } S = \frac{\pi d^2}{4}$$

**B1)** On constate que l'insecte se détache de la vitre à partir d'une vitesse de la voiture dans l'air immobile $V$ = 72 km/h. En déduire le nombre de Reynolds relatif à l'insecte :

$$Rei = \frac{\overline{u}d}{\nu}$$

*(conseil : pour $\eta$ = 1,6 on obtient $f' = \frac{u(d)}{U_\infty}$ d'où $u(d)$ puis $\overline{u}$ )*
**B2)** Le $C_x$ vaut 0,95 pour ce nombre de Reynolds, en déduire $F_x$ . Afin de se représenter cette très petite force, calculer la taille d'un carré de papier (80 g/m$^2$) de même poids $F_x$ .
**B3)** Quelle était la position $x$ de l'insecte sur la vitre avant qu'il s'en détache ?
*(conseil : pour $\eta$ = 1,6 on peut en déduire $\beta(x)$ d'où x)*
**B4)** Calculer le nombre de Reynolds relatif à la couche limite :

$$Rex = \frac{U_\infty x}{\nu}$$

Compte-tenu de vos documents, les hypothèses de calcul vous paraissent-elles vérifiées ?

*Rappel :* $\eta = \frac{y}{\beta}$ et $\beta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}$