

Janvier 2015

Partie DESEVAUX

Pb 1)

1) Equation après simplification

$$\nu \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right] = \frac{1}{e} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (\text{Eq 1})$$

2) $u(r)$?

$$\text{Eq 1} \Rightarrow r \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{r}{\nu} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (\text{forme } (uv) = u'v + uv')$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{r}{\nu} \frac{\partial P}{\partial z}$$

$$r \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r^2}{2} \frac{1}{\nu} \frac{\partial P}{\partial z} + A$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r}{2} \frac{1}{\nu} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{A}{r}$$

$A = 0$ car U doit être défini à $r = 0$

$$U = \frac{r^2}{4\nu} \frac{\partial P}{\partial z} + B$$

$$U = 0 \text{ à } r = a \Rightarrow B = -\frac{a^2}{4\nu} \frac{\partial P}{\partial z}$$

$$U = \frac{1}{4\nu} \frac{\partial P}{\partial z} (r^2 - a^2)$$

$$U_{\max} \text{ à } r = 0 \Rightarrow U_{\max} = \frac{a^2}{4\nu} \frac{\partial P}{\partial z}$$

Pb 2) $L ? / T_s = 40^\circ\text{C}$

$$T_n = \frac{40 + 20}{2} = 30^\circ\text{C}$$

$$Q = \dot{m} c_p (T_s - T_E) = h \pi D L (T_p - T_n)$$

avec $\dot{m} = \rho_E U_E \frac{\pi D^2}{4}$

$$\Rightarrow L = \frac{\rho_E U_E \pi D^2 c_p (T_s - T_E)}{4 h \pi D (T_p - T_n)}$$

Dittus - Boelter $\Rightarrow Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$

$$Re = \frac{U_E D}{\nu} = \frac{0,7 \times 0,03}{0,801 \cdot 10^{-6}} = 26217$$

A.N.: $Nu = 151$

$$h = \frac{Nu k}{D} = \frac{151 \cdot 0,615}{0,03} = 3100 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\Rightarrow L = 2 \text{ m}$$

Verification : Validation du choix de Dittus - Boelter

$$Re = 26217 > 2300 \Rightarrow \text{Turbulent ok}$$

$$L_E = 0,625 D Re_0^{0,25} = 0,23 \ll 2 \text{ m}$$

on est bien en régime établi

Pb 3

1) Face Supérieure $Re_A = \frac{U_A L}{\nu} = \frac{6 \times 1,2}{14,50 \cdot 10^{-6}} = 380952$
 $> 3 \cdot 10^5$
 \Rightarrow Turbulent

Face inférieure $Re_B = 1268500 > 3 \cdot 10^5 \Rightarrow$ Turbulent

2) $\bar{h}_m = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{Nu(x) k}{x} dx$

$\bar{h}_m = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{0,0288 Re_x^{0,8} Pr^{0,33} k}{x} dx$

$\Rightarrow \bar{h}_m = 0,036 \frac{1}{L} k Pr^{0,33} Re_L^{0,8}$

$\bar{Nu}_m = \frac{\bar{h}_m L}{k} = 0,036 Re_L^{0,8} Pr^{0,33}$

A.N. $\bar{Nu}_A = 936 \Rightarrow \bar{h}_A = 22,2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$

$\bar{Nu}_B = 2460 \Rightarrow \bar{h}_B = 51 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$

3) $R_{TH} = \frac{1}{h_A} + \frac{e}{k_L} + \frac{1}{h_B} = \frac{1}{22,2} + \frac{10^{-2}}{350} + \frac{1}{51}$

$R_{TH} = 0,0646 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$

$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R_{TH}} = \frac{50}{0,0646} = 774,5 \text{ W/m}^2$

$Q = \dot{q} \cdot S = 774,5 \times \underbrace{1,2}_{L} \times \underbrace{0,5}_{b} = 465 \text{ W}$

Correction Examen final UV TF 42

Mécanique des fluides et transferts thermiques

Problème 4. On a mis sur orbite basse (250 km d'altitude) un satellite dont la forme s'apparente à une sphère de diamètre D et dont la surface a une émissivité ε (valeur constante d'un corps gris). On se propose de déterminer les températures atteintes par le satellite.

En effet, au cours de sa rotation autour de la Terre, deux situations se présentent : soit il se trouve dans l'ombre de la Terre, soit il est exposé au rayonnement du soleil.

Ces deux périodes sont suffisamment longues pour que le régime stationnaire soit atteint à chaque alternance, et que la température du satellite soit homogène ($Bi < 0,1$).

Données : $D = 2 \text{ m}$; $\varepsilon = 0,1$; $Q'' = 1360 \text{ W m}^{-2}$

Températures du vide spatial $T_0 = 3 \text{ K}$, et de la Terre $T_t = 15^\circ\text{C}$.

1. Le satellite est dans l'ombre de la Terre (il n'est pas éclairé par le Soleil). On supposera que, du fait de sa faible altitude, la moitié de la surface du satellite "voit" la surface terrestre et l'autre moitié "voit" le vide spatial. A partir du bilan thermique, calculer la température du satellite dans ces circonstances.

$$\varepsilon \frac{\pi}{2} D^2 \sigma (T_t^4 - T^4) + \varepsilon \frac{\pi}{2} D^2 \sigma (T_0^4 - T^4) = 0$$

$$\Leftrightarrow T = \left(\frac{T_t^4 + T_0^4}{2} \right)^{1/4} = 242,18 \text{ K} = -31^\circ\text{C}$$

2. Le satellite est sorti de l'ombre de la Terre (il est éclairé par le Soleil). On reprend la même hypothèse vis-à-vis des surfaces, donc la même configuration que la question 1, à laquelle on ajoute la présence du soleil. Le rayonnement solaire qui éclaire le satellite correspond à une densité de puissance notée Q'' . Néanmoins, seule la fraction ε de la puissance incidente, sera absorbée par le satellite. Calculer la nouvelle température d'équilibre du satellite.

$$\varepsilon \frac{\pi}{2} D^2 \sigma (T_t^4 - T^4) + \varepsilon \frac{\pi}{2} D^2 \sigma (T_0^4 - T^4) + \varepsilon \frac{\pi}{4} D^2 Q'' = 0$$

$$\Leftrightarrow T = \left(\frac{T_t^4 + T_0^4}{2} + \frac{Q''}{4\sigma} \right)^{1/4} = 311,7 \text{ K} = +38,5^\circ\text{C}$$

3. Calculer la puissance de chauffe à embarquer pour maintenir le satellite à $+10^\circ\text{C}$ lorsque c'est nécessaire.

On impose $T = 283 \text{ K}$ dans la situation du bilan dans l'ombre (pas de soleil), avec une puissance de chauffe additionnelle P , soit :

$$\varepsilon \frac{\pi}{2} D^2 \sigma (T_t^4 - T^4) + \varepsilon \frac{\pi}{2} D^2 \sigma (T_0^4 - T^4) + P = 0$$

$$\Leftrightarrow P = \varepsilon \frac{\pi}{2} D^2 \sigma (2T^4 - T_t^4 - T_0^4) = 211,9 \text{ W}$$

Problème 5. Le verre à vitre et l'air ont une conductivité thermique de 0,78 et 0,026 Wm⁻¹K⁻¹ respectivement. Une fenêtre actuelle peut être équipée de double vitrage, constitué de 2 vitres de 4 mm d'épaisseur, entre lesquelles se trouve une lame d'air de 16 mm (4-16-4), ou de triple vitrage pour lequel on rajoute une lame d'air et une vitre, de mêmes épaisseurs 16 mm et 4 mm respectivement (4-16-4-16-4).

1. Avant que cette innovation apparaisse, les fenêtres n'étaient composées que d'une vitre d'épaisseur standard 6 mm (simple vitrage). Calculer la diminution de puissance thermique en %, en passant du simple vitrage au double vitrage.

Résistance surfacique du simple vitrage :
$$R_1 = \frac{e_1}{\lambda_v} = \frac{0,006}{0,78} = 0,00769 \text{ m}^2\text{KW}^{-1}$$

Résistance surfacique du double vitrage :
$$R_2 = \frac{e_{v2}}{\lambda_v} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air}} = \frac{0,008}{0,78} + \frac{0,016}{0,026} = 0,6256 \text{ m}^2\text{KW}^{-1}$$

La diminution relative du flux de chaleur est de :
$$\frac{\frac{\frac{\delta T}{R_1} - \frac{\delta T}{R_2}}{\frac{\delta T}{R_1}} \times 100 = R_1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \times 100 = 98,8 \%$$

2. Calculer la diminution de puissance thermique en % lorsqu'on passe du double vitrage au triple vitrage.

Résistance surfacique du triple vitrage :
$$R_3 = \frac{e_{v3}}{\lambda_v} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air}} = \frac{0,012}{0,78} + \frac{0,032}{0,026} = 1,246 \text{ m}^2\text{KW}^{-1}$$

La diminution relative du flux de chaleur est de :
$$\frac{\frac{\frac{\delta T}{R_2} - \frac{\delta T}{R_3}}{\frac{\delta T}{R_2}} \times 100 = R_2 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right) \times 100 = 49,8 \%$$