

Examen final UV TF 42

Mécanique des fluides et transferts thermiques

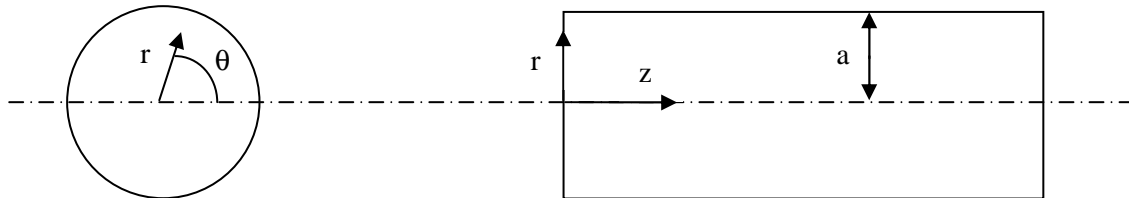
Durée : 2h

Documents autorisés (cours uniquement, TD interdits)

☛ Les problèmes (1, 2 et 3) sont à rendre sur des copies séparées des problèmes 4 et 5.

Problème 1 : Écoulement laminaire établi à l'intérieur d'un tube (4 pts)

On considère, en régime permanent, un écoulement de type Poiseuille à l'intérieur d'un cylindre de rayon a . L'écoulement est laminaire et établi dynamiquement suivant la direction z . On utilise le système de coordonnées cylindriques (z, r, θ) décrit sur la figure ci-dessous. Le vecteur vitesse V a alors pour composantes : u suivant z , v suivant r et w suivant θ .



Dans ce système de coordonnées, l'équation de quantité de mouvement suivant la direction principale de l'écoulement z s'écrit (en négligeant les forces massiques extérieures) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right] \quad \text{Eq. E1}$$

1 - Sachant que dans le cas d'un écoulement de Poiseuille, le gradient de pression est constant et que l'écoulement est uniquement porté par la direction z , donner l'expression, simplifiée au maximum, de l'équation E1.

2 - Déterminer l'expression de la distribution de vitesse $u(r)$. En déduire l'expression de la vitesse maximale.

Problème 2 : Transfert convectif dans un tube (4 pts)

On désire réchauffer un débit m_E d'eau circulant dans un tube de diamètre D et de longueur L . Ce tube est maintenu à une température de paroi constante T_p . L'eau pénètre à une vitesse U_E et à une température T_E pour ressortir à une température T_S .

On suppose que l'eau s'écoule à l'intérieur du tube en régime turbulent établi. Dans ces conditions, on se propose d'utiliser la corrélation de Dittus-Boelter vue en cours afin de quantifier les échanges convectifs entre l'eau et le tube.

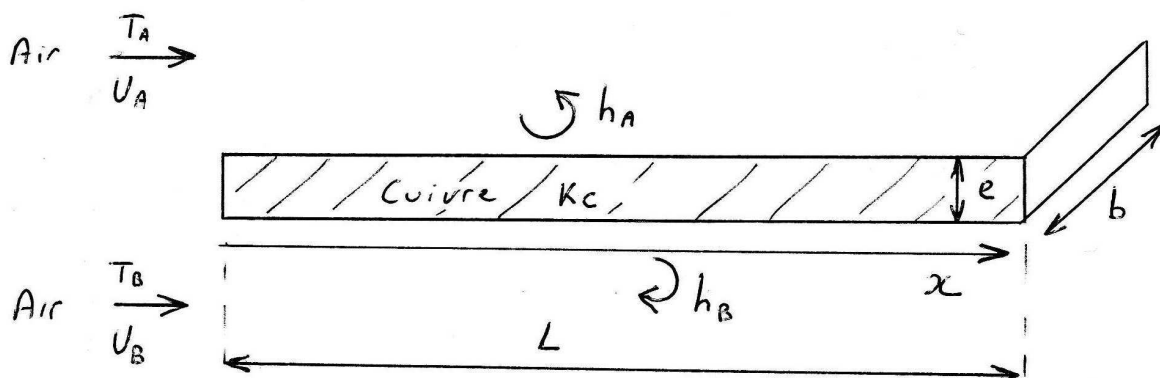
- Données :
- ♦ $D = 3 \text{ cm}$ ♦ $T_p = 100^\circ\text{C}$
 - ♦ $U_E = 0,7 \text{ m/s}$ ♦ $T_E = 20^\circ\text{C}$
 - ♦ propriétés thermophysiques de l'eau : **cf annexe 2**

Rq : Les valeurs des propriétés thermophysiques de l'eau seront calculées à la température de mélange T_M définie par $T_M = (T_E + T_S)/2$.

- 1 - A partir d'un bilan thermique simplifié, déterminer la longueur L du tube pour que la température de l'eau en sortie soit $T_s = 40^\circ\text{C}$.
- 2 - Vérifier que le choix de la corrélation de Dittus-Boelter est justifié.

Problème 3 : Transferts thermiques sur les faces supérieure et inférieure d'une plaque plane (5 pts)

On considère une plaque plane en cuivre d'épaisseur e , de longueur L suivant la direction x de l'écoulement, de largeur b et de conductivité thermique k_c . Sur la face supérieure de cette plaque s'écoule de l'air à température T_A et à vitesse U_A . Sur la face inférieure circule un de l'air à température T_B et à vitesse U_B . Les deux flux d'air s'écoulent suivant la même direction notée x .



On note par $Nu(x)$ le nombre de Nusselt local relatif aux faces supérieure et inférieure de la plaque. Ces coefficients peuvent être déterminés au moyen des corrélations suivantes :

$$Nu(x) = 0,324 Re(x)^{0,5} Pr^{0,33} \quad \text{pour } Re(x) < 3 \cdot 10^5$$

$$Nu(x) = 0,0288 Re(x)^{0,8} Pr^{0,33} \quad \text{pour } Re(x) > 3 \cdot 10^5$$

Données : Propriétés thermophysiques de l'air en **annexe 1**

$e = 10 \text{ mm}$	$L = 1,20 \text{ m}$	$b = 50 \text{ cm}$	$k_c = 350 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
$T_A = 60^\circ\text{C}$	$U_A = 6 \text{ m/s}$	$T_B = 10^\circ\text{C}$	$U_B = 15 \text{ m/s}$

Rq : Les valeurs des propriétés thermophysiques de l'air seront calculées respectivement à T_A et T_B pour les écoulements sur les faces supérieure et inférieure de la plaque.

- 1 - Déterminer la nature des régimes d'écoulement sur les deux faces de la plaque.
- 2 - Déterminer pour chaque face de la plaque :
 - le nombre de Nusselt moyen pour toute la longueur L de la plaque,
 - le coefficient d'échange moyen sur la longueur L .
- 3 - En s'aidant de l'analogie sur les lois des résistances électriques, déterminer la puissance calorifique échangée le long de la plaque.

Problème 4. On a mis sur orbite basse (250 km d'altitude) un satellite dont la forme s'apparente à une sphère de diamètre D et dont la surface a une émissivité ε (valeur constante d'un corps gris). On se propose de déterminer les températures atteintes par le satellite.

En effet, au cours de sa rotation autour de la Terre, deux situations se présentent : soit il se trouve dans l'ombre de la Terre, soit il est exposé au rayonnement du soleil.

Ces deux périodes sont suffisamment longues pour que le régime stationnaire soit atteint à chaque alternance, et que la température du satellite soit homogène ($Bi < 0,1$).

Données : $D = 2 \text{ m}$; $\varepsilon = 0,1$; $Q'' = 1360 \text{ W m}^{-2}$

Températures du vide spatial $T_0 = 3 \text{ K}$, et de la Terre $T_t = 15^\circ\text{C}$.

1. Le satellite est dans l'ombre de la Terre (il n'est pas éclairé par le Soleil). On supposera que, du fait de sa faible altitude, la moitié de la surface du satellite "voit" la surface terrestre et l'autre moitié "voit" le vide spatial. A partir du bilan thermique, calculer la température du satellite dans ces circonstances.
2. Le satellite est sorti de l'ombre de la Terre (il est éclairé par le Soleil). On reprend la même hypothèse vis-à-vis des surfaces, donc la même configuration que la question 1, à laquelle on ajoute la présence du soleil. Le rayonnement solaire qui éclaire le satellite correspond à une densité de puissance notée Q'' . Néanmoins, seule la fraction ε de la puissance incidente, sera absorbée par le satellite. Calculer la nouvelle température d'équilibre du satellite.
3. Calculer la puissance de chauffe à embarquer pour maintenir le satellite à $+10^\circ\text{C}$ lorsque c'est nécessaire.

Problème 5. Le verre à vitre et l'air ont une conductivité thermique de $0,78$ et $0,026 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ respectivement. Une fenêtre actuelle peut être équipée de double vitrage, constitué de 2 vitres de 4 mm d'épaisseur, entre lesquelles se trouve une lame d'air de 16 mm (4-16-4), ou de triple vitrage pour lequel on rajoute une lame d'air et une vitre, de mêmes épaisseurs 16 mm et 4 mm respectivement (4-16-4-16-4).

1. Avant que cette innovation apparaisse, les fenêtres n'étaient composées que d'une vitre d'épaisseur standard 6 mm (simple vitrage). Calculer la diminution de puissance thermique en %, en passant du simple vitrage au double vitrage.
2. Calculer la diminution de puissance thermique en % lorsqu'on passe du double vitrage au triple vitrage.

Table A.6-SI Properties of Dry Air at Atmospheric Pressure (SI Units)*

t °C	c_p kJ/kg·°C	ρ kg/m ³	$\mu \times 10^6$ kg/m·s	$\nu \times 10^6$ m ² /s	$k \times 10^3$ W/m·°C	Pr
-50	1.0064	1.5819	14.63	9.25	20.04	0.735
-40	1.0060	1.5141	15.17	10.02	20.86	0.728
-30	1.0058	1.4518	15.69	10.81	21.68	0.721
-20	1.0057	1.3944	16.20	11.62	22.49	0.718
-10	1.0056	1.3414	16.71	12.46	23.29	0.716
0	1.0057	1.2923	17.20	13.31	24.08	0.713
10	1.0058	1.2467	17.69	14.19	24.87	0.710
20	1.0061	1.2042	18.17	15.09	25.64	0.707
30	1.0064	1.1644	18.65	16.01	26.38	0.706
40	1.0068	1.1273	19.11	16.96	27.10	0.705
50	1.0074	1.0924	19.57	17.92	27.81	0.704
60	1.0080	1.0596	20.03	18.90	28.52	0.704
70	1.0087	1.0287	20.47	19.90	29.22	0.703
80	1.0095	0.9996	20.92	20.92	29.91	0.702
90	1.0103	0.9721	21.35	21.96	30.59	0.702
100	1.0113	0.9460	21.78	23.02	31.27	0.701
110	1.0123	0.9213	22.20	24.10	31.94	0.701
120	1.0134	0.8979	22.62	25.19	32.61	0.700
130	1.0146	0.8756	23.03	26.31	33.28	0.700
140	1.0159	0.8544	23.44	27.44	33.94	0.699
150	1.0172	0.8342	23.84	28.58	34.59	0.699
160	1.0186	0.8150	24.24	29.75	35.25	0.699
170	1.0201	0.7966	24.63	30.93	35.89	0.698
180	1.0217	0.7790	25.03	32.13	36.54	0.698
190	1.0233	0.7622	25.41	33.34	37.18	0.698
200	1.0250	0.7461	25.79	34.57	37.81	0.698
210	1.0268	0.7306	26.17	35.82	38.45	0.698
220	1.0286	0.7158	26.54	37.08	39.08	0.698
230	1.0305	0.7016	26.91	38.36	39.71	0.698
240	1.0324	0.6879	27.27	39.65	40.33	0.698
250	1.0344	0.6748	27.64	40.96	40.95	0.698
260	1.0365	0.6621	27.99	42.28	41.57	0.698
270	1.0386	0.6499	28.35	43.62	42.18	0.698
280	1.0407	0.6382	28.70	44.97	42.79	0.698
290	1.0429	0.6268	29.05	46.34	43.40	0.698
300	1.0452	0.6159	29.39	47.72	44.01	0.698
310	1.0475	0.6053	29.73	49.12	44.61	0.698
320	1.0499	0.5951	30.07	50.53	45.21	0.698
330	1.0523	0.5853	30.41	51.95	45.84	0.698
340	1.0544	0.5757	30.74	53.39	46.38	0.699

Table A.6-SI Properties of Dry Air at Atmospheric Pressure (SI Units),

t °C	c_p kJ/kg·°C	ρ kg/m ³	$\mu \times 10^6$ kg/m·s	$\nu \times 10^6$ m ² /s	$k \times 10^3$ W/m·°C	Pr
350	1.0568	0.5665	31.07	54.85	46.92	0.700
360	1.0591	0.5575	31.40	56.31	47.47	0.701
370	1.0615	0.5489	31.72	57.79	48.02	0.701
380	1.0639	0.5405	32.04	59.29	48.58	0.702
390	1.0662	0.5323	32.36	60.79	49.15	0.702
400	1.0686	0.5244	32.68	62.31	49.72	0.702
410	1.0710	0.5167	32.99	63.85	50.29	0.703
420	1.0734	0.5093	33.30	65.39	50.86	0.703
430	1.0758	0.5020	33.61	66.95	51.44	0.703
440	1.0782	0.4950	33.92	68.52	52.01	0.703
450	1.0806	0.4882	34.22	70.11	52.59	0.703
460	1.0830	0.4815	34.52	71.70	53.16	0.703
470	1.0854	0.4750	34.82	73.31	53.73	0.703
480	1.0878	0.4687	35.12	74.93	54.31	0.704
490	1.0902	0.4626	35.42	76.57	54.87	0.704
500	1.0926	0.4566	35.71	78.22	55.44	0.704
510	1.0949	0.4508	36.00	79.87	56.01	0.704
520	1.0973	0.4451	36.29	81.54	56.57	0.704
530	1.0996	0.4395	36.58	83.23	57.13	0.704
540	1.1020	0.4341	36.87	84.92	57.68	0.704
550	1.1043	0.4288	37.15	86.63	58.24	0.704
560	1.1066	0.4237	37.43	88.35	58.79	0.705
570	1.1088	0.4187	37.71	90.07	59.33	0.705
580	1.1111	0.4138	37.99	91.82	59.87	0.705
590	1.1133	0.4090	38.27	93.57	60.41	0.705
600	1.1155	0.4043	38.54	95.33	60.94	0.705
610	1.1177	0.3997	38.81	97.11	61.47	0.706
620	1.1198	0.3952	39.09	98.89	62.00	0.706
630	1.1219	0.3908	39.36	100.69	62.52	0.706
640	1.1240	0.3866	39.62	102.50	63.03	0.707
650	1.1260	0.3824	39.89	104.32	63.55	0.707

*p computed from ideal gas law; c_p , ρ , μ , ν , k computed from equations recommended in *Thermophysical Properties of Refrigerants*, New York, ASHRAE, 1976.

Annexe 2

Table B.2 Properties Of Water.

Temperature °C	Pressure kgf/cm ²	ρ kg/m ³	c_p kJ/kgK	h_{fg} kcal/kg	k W/mK	$\beta \times 10^3$ 1/K	$\mu \times 10^3$ kg/ms	$\nu \times 10^6$ m ² /s	$\alpha \times 10^6$ m ² /s	Pr
0	1	999.8	4.2179	597.3	0.552	-0.07	1.792	1.795	0.131	13.67
10	1	999.7	4.1994	591.7	0.587	+0.088	1.307	1.307	0.138	9.47
20	1	998.2	4.1819	586.0	0.598	0.206	1.002	1.004	0.143	7.01
30	1	995.7	4.1785	580.4	0.614	0.303	0.797	0.801	0.148	5.43
40	1	992.2	4.1785	574.7	0.628	0.385	0.653	0.658	0.151	4.35
50	1	988.0	4.1806	569.0	0.641	0.457	0.548	0.554	0.155	3.57
60	1	983.2	4.1844	563.2	0.652	0.523	0.467	0.475	0.158	3.00
70	1	977.8	4.1898	557.3	0.661	0.585	0.404	0.413	0.161	2.56
80	1	971.8	4.1965	551.3	0.669	0.643	0.355	0.365	0.164	2.23
90	1	965.3	4.2053	545.2	0.676	0.698	0.315	0.326	0.166	1.96
100	1.0332	958.4	4.2162	539.0	0.682	0.752	0.282	0.295	0.169	1.75
120	2.0245	943.1	4.245	526.1	0.686	0.860	0.235	0.2485	0.171	1.45
140	3.6848	926.1	4.287	512.3	0.684	0.975	0.199	0.215	0.172	1.25
160	6.3023	907.4	4.341	497.4	0.682	1.098	0.172	0.1890	0.173	1.09
180	10.225	886.9	4.409	481.3	0.676	1.233	0.151	0.1697	0.172	0.98
200	15.857	864.7	4.497	463.5	0.666	1.392	0.136	0.1579	0.171	0.92
220	23.659	840.3	4.610	443.7	0.653	1.597	0.125	0.1488	0.168	0.88
240	34.140	813.6	4.761	421.7	0.636	1.862	0.116	0.1420	0.164	0.87
260	47.866	784.0	4.978	396.8	0.612	2.21	0.107	0.1365	0.157	0.87
280	65.457	750.7	5.309	368.5	0.581	2.70	0.0994	0.1325	0.145	0.91
300	87.611	712.5	5.86	335.4	0.541	3.46	0.0935	0.1298	0.129	1.00
320	115.12	667.0	6.62	295.6	0.491	4.60	0.0856	0.1282	0.111	1.15
340	148.96	609.5	8.37	245.3	0.430	8.25	0.0775	0.1272	0.0844	1.5
360	190.42	524.5	13.4	171.9	0.349	-	0.0683	0.1306	0.0500	2.6
374 :	233.6	326	∞	0	0.209	-	0.0506	0.155	0	∞