**R. HERBACH médian TF51** 9.05.2011

*durée 2 heures, tous documents autorisés*

*téléphones portables interdits*

**A) CALCUL TENSORIEL** (6 points)**.**

En effectuant les calculs, montrer que l’on obtient les résultats suivants :

**A1)** $\overline{A}.\overline{\overline{1}}=\overline{\overline{1}}.\overline{A}=\overline{A}$ avec $\overline{A}=a\_{i}\overline{e}\_{i}$ un vecteur.

**A2)** $\overline{\overline{B}}:\overline{\overline{1}}=\overline{\overline{1}}:\overline{\overline{B}}=tr\overline{\overline{B}}$ avec $\overline{\overline{B}}=b\_{ij}\overline{e}\_{i}⊗\overline{e}\_{j}$ un tenseur cartésien du second ordre.

**A3)** $\frac{\overline{∂U}}{∂t}+\overline{\overline{grad}}\overline{U}.\overline{U}=\frac{\overline{∂U}}{∂t}+\overline{grad}\frac{U^{2}}{2}+\overline{rot}\overline{U}∧\overline{U}$ avec $\overline{U}$ la vitesse d’un point du fluide.

A quoi correspond cette expression ?

**B) AVION EN VOL** (8 points)**.**

Un petit avion de tourisme possède les caractéristiques suivantes : masse 460 kg, aile rectangulaire de corde *c =* 1,33m et de surface *S =* 9,91m2, profil NACA 23012 (voir ci-après les caractéristiques), maître couple du fuselage 0,75m2. Le coefficient de traînée affecté au fuselage (reste de l’avion sauf l’aile) est noté$ C\_{D}^{'}$. On appelle *Ph* la puissance transmise à l’air par l’hélice.

**B1)** Calculer *Ph* pour un vol horizontal à 240km/h au niveau de la mer (atmosphère standard pour Z = 0) avec dans ces conditions $C\_{D}^{'}=0,04$ .

**B2)** On considère l’avion en prise d’altitude à Z = 1000m (atmosphère standard) avec une vitesse de 140km/h sur une trajectoire faisant l’angle *β* avec l’horizontale, une puissance transmise à l’air *Ph* = 25kW et un$ C\_{D}^{'}=0,06$. Calculer *β* dans l’hypothèse où cet angle est petit (ce qui autorise de poser $F\_{L}=mgcosβ≅mg$ tout en gardant$ mgsinβ\ne 0)$.

**B3)** Utiliser cette valeur de β dans FL pour augmenter la précision du calcul. La différence est-elle sensible ? Que vaut la composante verticale de la vitesse en m.s-1 ?

**B4)** Quelle est l’incidence α de l’aile sur sa trajectoire ?

**C) VIDANGE D’UN RESERVOIR** (6 points)**.**

A l’instant initial un grand réservoir de volume $Ω=100m^{3} $est rempli d’air sous pression $p\_{0}\left(t=0\right)=10^{7}Pa $et *T0* = 293K (température génératrice constante). Pour *t >* 0, le réservoir se vide par une tuyère de Laval convergente-divergente de diamètre au col dC = 1cm et de diamètre final dF = 2cm. La pression d’éjection est constante et vaut *pe* = 105 Pa. La figure 1 permet de repérer schématiquement 5 instants remarquables de la vidange : ⓪ pour *t* = 0, ① pour *t = t1* et *MF = M1* (tuyère adaptée), ② pour *t = t2* et *MF = M2* (côté 2 de l’onde de choc droite en sortie), ③ pour *t = t3* et *MF = M3* (régime subsonique en limite d’amorçage) et ④ en fin de vidange.

**C1)** En utilisant les tables déterminer *M1*, *M2* et *M3*.

**C2)** En utilisant les méthodes vues en TD sur des cas similaires calculer *t1* et *t3*.

**C3)** Que vaut le rapport $\frac{m(t\_{3})}{m(0)}$ de la masse d’air restante à l’instant *t3* à la masse d’air initiale ?



Figure 1

