

*durée 2 heures, tous documents autorisés
téléphones portables interdits*

A) CALCUL TENSORIEL (3 points).

Montrer que, quelle que soit la fonction vectorielle $\underline{A}(\underline{x}, t)$ deux fois dérivable, le résultat suivant est une identité remarquable :

$$\underline{\text{div}} \quad \underline{\underline{T \text{ grad } A}} = \underline{\text{grad}} \quad \underline{\text{div } A}$$

B) REMORQUAGE D'UN PLANEUR (6 points).

Un avion de type ROBIN DR300/120 remorque un planeur. On rappelle les caractéristiques de l'avion Robin: allongement $R = 5,35$, surface d'aile $S = 13,6\text{m}^2$, profil NACA 43012A (voir au verso), maître couple du fuselage $S' = \frac{\pi}{4} + 0,2 \text{ m}^2$. La masse de l'avion est de 770kg, l'effort de traction à exercer sur le câble relié au planeur vaut 374N pour une vitesse $V = 90\text{km/h}$ et une trajectoire ascensionnelle rectiligne de pente 5° (ce résultat a déjà été vu en TD). On prend dans ce cas $C_D' = 0,05$ pour le coefficient de traînée affecté au reste de l'avion sauf l'aile.

B1) Quelle doit être l'incidence α de l'aile de l'avion Robin pendant le remorquage à l'altitude $Z = 0$ (atmosphère standard prise au niveau de la mer) ?

B2) Quel doit être l'effort de traction T exercé par l'hélice ? En déduire la puissance P développée par le moteur de l'avion si le rendement de l'hélice est de 0,85.

B3) Sans faire aucun calcul, que faudrait-il modifier si on voulait diminuer l'incidence α ?

C) TUYERE DE LAVAL (11 points).

Une tuyère de Laval convergente-divergente de diamètre au col $d_C = 1\text{cm}$ et de diamètre final $d_F = 3\text{cm}$ permet de vider un grand réservoir d'air dont la température génératrice est constante $T_0 = 288\text{K}$, de volume $\Omega = 50\text{m}^3$. La pression d'éjection est constante, $p_e = 10^5\text{Pa}$ et à l'instant initial $t = 0$ la pression dans le réservoir (pression génératrice) vaut $p_0(0) = 1,2 \cdot 10^7\text{Pa}$. On note $p_0(t)$ la pression génératrice à un instant $t > 0$.

C1) Calculer $M_F(t_1)$ ainsi que $p_0(t_1)$ à l'instant t_1 où la tuyère est adaptée.

C2) Calculer $M_F(t_2)$ ainsi que $p_0(t_2)$ à l'instant t_2 où la tuyère est en régime subsonique à la limite de l'amorçage.

C3) En utilisant la méthode vue en TD sur un cas similaire, calculer t_1 et t_2 .

C4) A un instant intermédiaire t_3 où il existe une onde de choc dans une section A_Z de diamètre $d_Z = 2\text{cm}$ calculer $M_F(t_3)$, $p_0(t_3)$ ainsi que t_3 .

C5) Compléter l'annexe en dessinant à l'échelle l'allure des graphes de p p_0 en fonction de d qui relient les points connus d'après les résultats précédents (en prenant lorsque c'est nécessaire $p_0 = p_{i1}$). Calculer et représenter également p_{1*} p_0 et p_{2*} p_0 ainsi que A_{2*} et p_{i2} p_0 de la question C4). Les marques sont là pour vous aider.

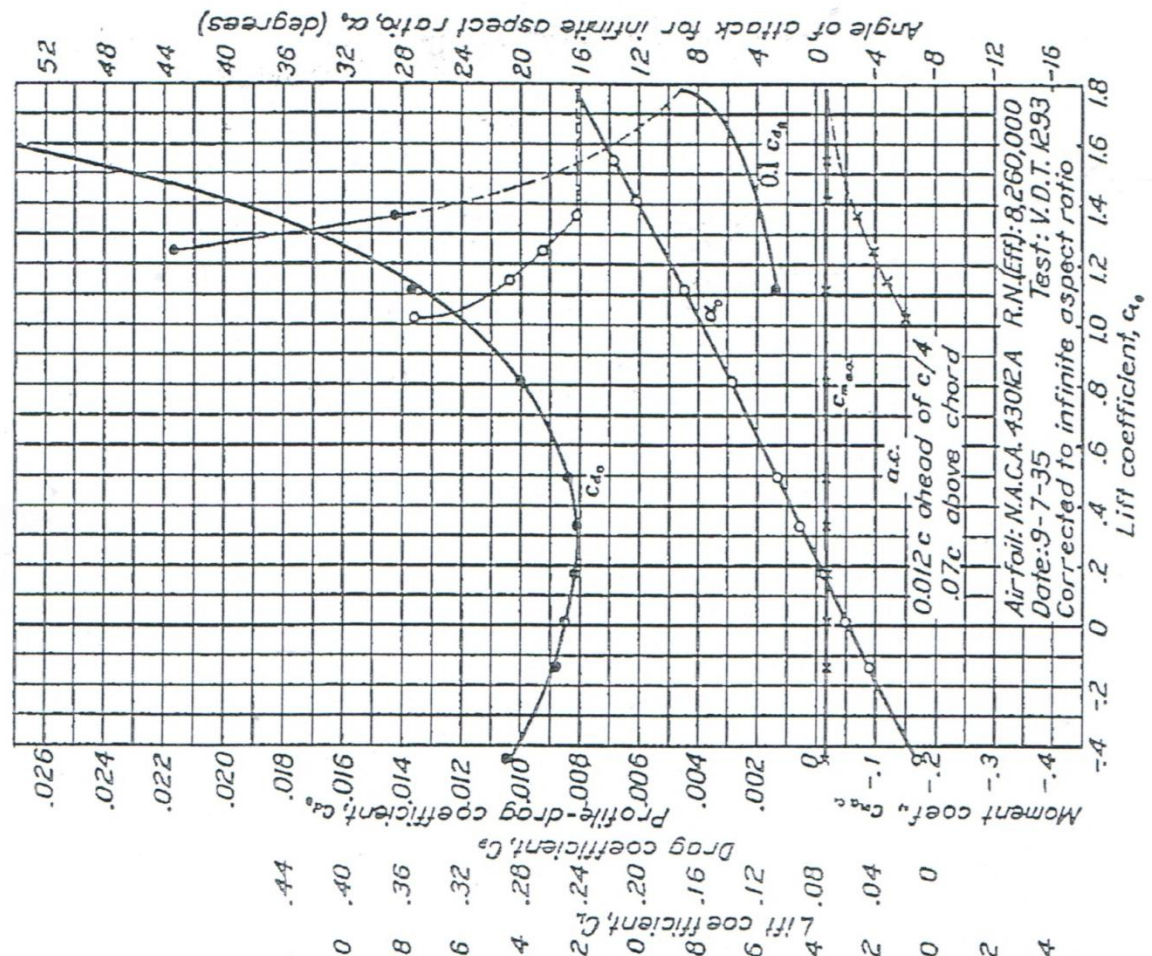
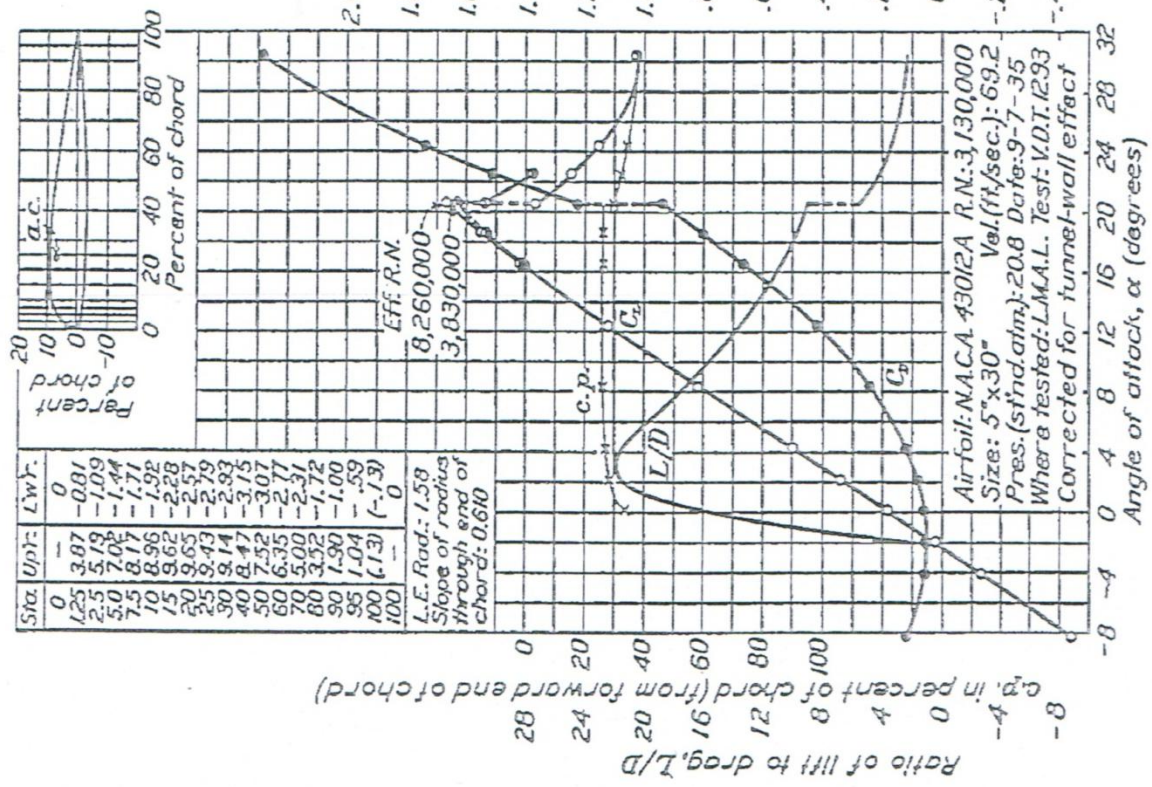


FIGURE 30.—N. A. O. A. 43012A airfoil.