MEDIAN DE L'UV TN90

Durée : 2h.
Document autorisé : une feuille recto manuscrite.
Calculatrice autorisée.

- Toute réponse non justifiée sera ignorée.
- Seules les explications claires et précises seront prises en compte lors de la correction.
- **Les trois exercices sont indépendants et seront rédigés sur trois copies distinctes.**

COURS

1. Qu'est-ce que la méthode des éléments finis (MEF) ?
2. Donner les grandes étapes de la méthode des éléments finis.
3. Élément fini de type barre. Nous considérons un élément fini de type barre à deux nœuds (Figure 1).

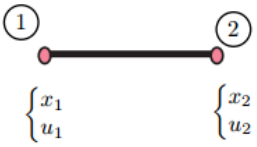

Figure 1 : élément barre à deux nœuds

a. Quelle est la base polynomiale d'un élément de ce type ?
b. Comment déterminez-vous l'approximation sur un tel élément ?

EXERCICE 1 : TREILLIS SOUMIS A UNE FORCE NODALE

1. Enoncé

Le treillis plan à nœuds articulés représenté sur la figure 1 est composé de 6 barres de même nature et de même section droite.

1. Exprimer les grandeurs L_i (i=1,…,6) en fonction du paramètre L.
2. Donner également les coordonnées de chacun des nœuds.

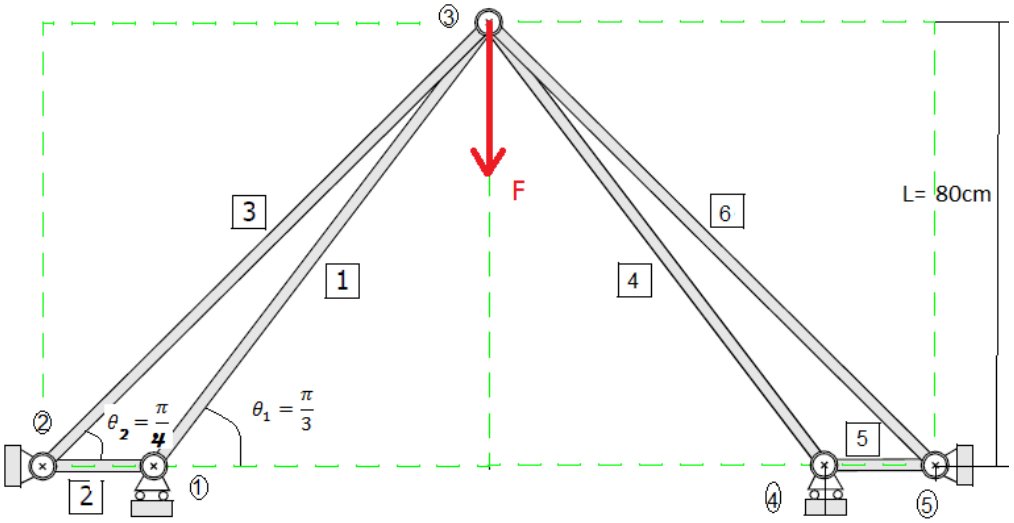

Figure 2 : treillis soumis à une force nodale

2. Analyse du problème/modélisation

On constate que ce treillis présente ***une symétrie***. Pour simplifier et faciliter son étude, nous allons en tenir compte et nous procéderons donc **uniquement à l'étude de la *moitié du treillis.***

3. Quelles conditions devons-nous imposer pour prendre en compte cette symétrie ?
4. Avec cette symétrie, donner les degrés de liberté du système. On note {u} ce vecteur de l'ensemble des ddl. Quelle est la taille de la matrice globale du système ?
5. Donner le tableau de connectivité.

3. Calcul de la matrice raideur et résolution

Dans un souci de simplification, l'application numérique ne sera traitée qu'en dernier lieu. On utilisera donc les notations : ki =E_iA_i / L_i dans les expressions à venir des matrices.

6. Déterminer l'expression de chaque matrice élémentaire $\left[K^e_{globale}\right]$.
7. Assembler ces matrices et en déduire la matrice de rigidité globale de la structure libre.
8. Donner le vecteur des forces extérieures {F}.
9. Appliquer les conditions aux limites et les conditions de symétrie. Donner explicitement le système [K] {u} = {F} à résoudre.
10. Détermination des déplacements.
   a. Résoudre le système [K] {u} = {F} donnant les déplacements des différents nœuds.
   b. Application numérique : on donne : A = 2cm^2, L = 80 cm, E = 200 GPa , F = -10000 N. Donner les valeurs des déplacements des différents nœuds.
11. Calculer les réactions d'appui aux nœuds 1 et 2.
12. Vérifier le principe fondamental de la statique.

EXERCICE 2 : CHARIOTS-RESSORTS

Soit le système constitué de trois chariots 1, 2 et 3 reliés entre eux par 5 ressorts de raideurs respectives k_i (i=1,…,5) (Figure 3). Ces chariots sont tirés par trois forces P_1, P_2 et P_3 appliquées aux chariots 1, 2 et 3. Les chariots se déplacent horizontalement.

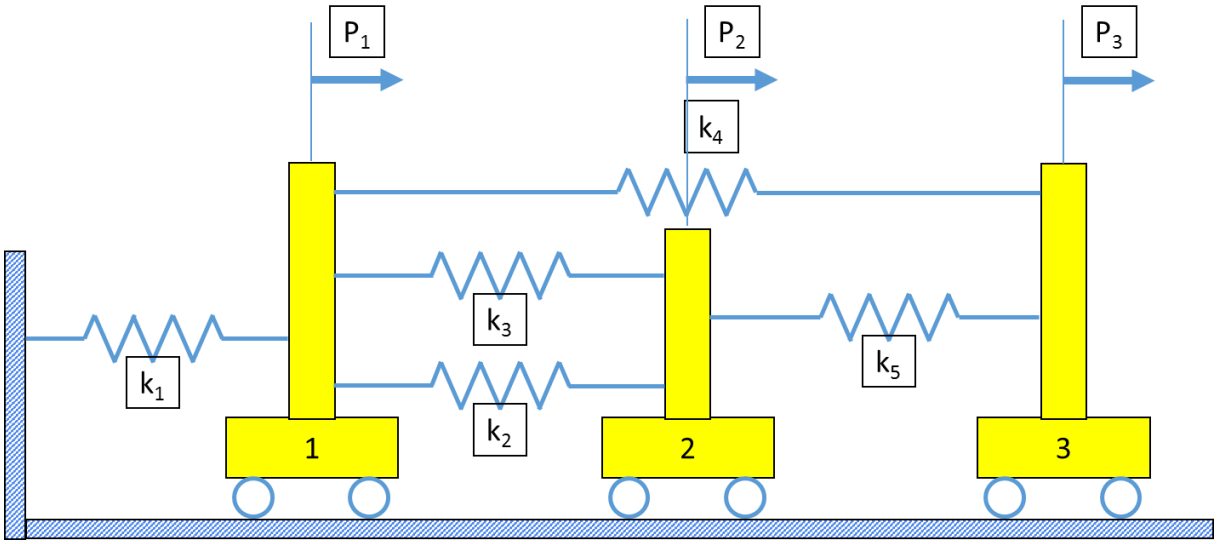

Figure 3 : système chariots ressorts

1. Donner le tableau de connectivité de ce problème.
2. Ecrire les matrices élémentaires de ce problème en utilisant la loi de comportement d'un ressort.
3. Assembler ce système et donner la matrice globale du système libre.
4. Appliquer les conditions aux limites et donner explicitement le système [K] {u} = {F} à résoudre
5. On prendra pour simplifier les calculs : $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k = 1$ et $P_1 = P_2 = P_3 = 1$. Résoudre le système linéaire qui donne le déplacement de chaque chariot.