

## Final

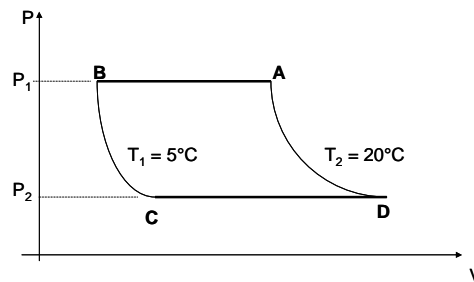
## Exercice n° 1

## Débit d'une pompe à chaleur

On étudie la possibilité de chauffage d'une maison par une pompe à chaleur. La température souhaitée de la maison à l'intérieur est 20°C. On veut tirer parti de la proximité d'un lac dont l'eau en profondeur est 5°C. L'installation électrique permet de disposer de 10 Ampères sous 380V. Le dispositif utilise de l'air, considéré comme un gaz parfait, auquel on fait parcourir un cycle qui comporte deux branches d'isothermes l'une à 5°C et l'autre à 20°C.

1. Faire un schéma descriptif du fonctionnement de la pompe à chaleur en précisant les différents échanges d'énergie et leurs signes. Quelle est l'énergie fournie par le moteur par seconde ?
2. En écrivant les deux principes de la thermodynamique, quelle est la quantité de chaleur que peut fournir par seconde une pompe à chaleur en fonctionnant réversiblement ?
3. On ferme le cycle par deux transformations à pression constante  $P_1$  et  $P_2$ . Exprimer le travail total sur le cycle pour une masse  $m$  de fluide en fonction de  $m$ ,  $M$  (masse molaire de l'air),  $R$  (constante des gaz parfaits),  $P_1$  et  $P_2$  pour les transformations isothermes et en fonction de  $m$ ,  $M$  (masse molaire de l'air),  $R$  (constante des gaz parfaits),  $T_1$  et  $T_2$  pour les transformations isobares. Quelle est la quantité d'air qu'il faut traiter par seconde si on choisit un rapport de pression ( $P_1/P_2$ ) de 10? En déduire le volume d'air correspondant.

Données pour l'air :  $M = 29$  g/mol.



## Exercice n° 2

## Etude d'un turbo-propulseur

Un turbo-propulseur est un moteur à réaction dont l'organe essentiel est constitué par une turbine à gaz dont le rôle est d'entraîner, outre le compresseur, l'hélice propulsive. Le cycle de turbo-propulseur est assimilable à un cycle de Joule, le gaz utilisé est de l'air (considéré comme gaz parfait).

Première phase : l'air, à  $T_0 = 280$  K et  $P_0 = 1$  atm est aspiré dans le compresseur qui le porte à  $P_1 = 10$  atm et  $T_1$  par une évolution adiabatique réversible. On appelle  $W_1$  le travail fourni par le compresseur à l'unité de masse d'air, encore égal à la variation d'enthalpie sur la première transformation.

Deuxième phase : à la sortie du compresseur, l'air pénètre dans la chambre de combustion où sous pression constante  $P_1$ , sa température est portée à  $T'_1 = 1000$  K. On appelle  $Q$  la quantité de chaleur fournie à l'unité de masse d'air dans cette transformation.

Troisième phase : l'air parvient alors à un ensemble tuyère turbine où il subit une détente adiabatique réversible. A la fin de la détente, la pression de l'air est  $P_2 = P_0$  et sa température est  $T_2$ . On appelle  $W_2$  le travail que l'unité de masse fournit à l'arbre de la turbine pendant la détente, égal encore à la variation d'enthalpie sur cette troisième transformation.

Quatrième phase : l'air est rejeté dans l'atmosphère extérieure où il se refroidit à pression constante  $P_0$  de la température  $T_2$  à la température  $T_0$ .

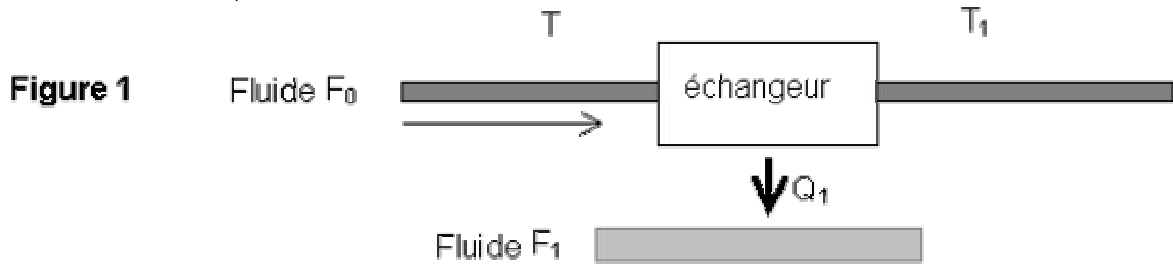
1. Tracer le cycle dans le diagramme de Clapeyron
2. Donner les expressions et valeurs numériques de  $T_1$  et  $W_1$ .
3. Calculer  $Q$ .
4. Donner les expressions et valeurs numériques de  $T_2$  et  $W_2$ .
5. Quel est le travail massique disponible à l'hélice?
6. Définir et calculer le rendement du turbo-propulseur.

Données:  $\gamma = 1,4$        $M(\text{air}) = 29 \text{ g/mol}$

**Exercice n° 3**

**Centrale thermique**

Un fluide  $F_0$  sort du réacteur de la centrale à la pression  $P$  et à la température  $T$ . Il est envoyé dans ces conditions dans un échangeur thermique où il cède de la chaleur à un second fluide  $F_1$ , qui sert à actionner les turbines de la centrale. Le fluide  $F_0$  sort de l'échangeur à la température  $T_1$  et est renvoyé dans le réacteur, sa pression restant égale à  $P$  durant tout le cycle (cf. figure 1). Le fluide  $F_0$  est décrit par son énergie interne  $U(T)$  et son enthalpie  $H(T)$ ; de plus sa capacité thermique massique à pression constante  $C_p$  est constante.



1. Soit 1 kg de fluide  $F_0$  formant un système fermé évoluant dans l'échangeur thermique de la température  $T$  à la température  $T_1$  à pression constante  $P$ . Exprimer la chaleur  $Q_1$  cédée par ce système en fonction des données  $C_p$ ,  $T_1$  et  $T$ .

Lors du transfert de l'unité de masse de fluide  $F_0$  dans l'échangeur thermique, celui-ci cède au fluide  $F_1$ , en totalité la chaleur  $Q_1$  évaluée en 1). D'autre part, le fluide  $F_1$  constitue un système fermé qui décrit une évolution cyclique réversible dans une machine thermique en fournissant à l'extérieur un travail  $W$ , en recevant la chaleur  $Q_1$  de  $F_0$  et en cédant une chaleur  $Q'_1$  à l'atmosphère dont la température est  $T_0$ . La machine est assimilée à une machine ditherme réversible fonctionnant entre une source chaude de température  $T_1$  et une source froide de température  $T_0$ .

2. Faire un schéma des échanges pour le système Fluide  $F_1$ . On précisera clairement les signes correspondant à chacun de ces échanges d'énergie.
3. En appliquant les principes de la thermodynamique, établir deux relations entre  $W$ ,  $Q_1$ ,  $Q'_1$ ,  $T_0$  et  $T_1$ .
4. Rappeler la définition de l'efficacité thermodynamique  $\epsilon$  de cette machine ditherme et l'exprimer en fonction de  $T_0$  et  $T_1$  (théorème de Carnot).
5. Exprimer le travail fourni  $W$  en fonction de  $C_p$ ,  $T_1$ ,  $T$  et  $T_0$ .
6. Interpréter concrètement la valeur particulière de  $W$  lorsque  $T_1=T_0$ . Même question lorsque  $T_1=T$ .
7. Montrer que,  $T$  et  $T_0$  étant fixées,  $W$  passe par un maximum  $W_m$  pour une valeur particulière  $T_m$  de  $T_1$ . Exprimer  $T_m$  en fonction de  $T$  et  $T_0$  et montrer alors que  $W_m$  s'écrit  $W_m = C_p (\sqrt{T} - \sqrt{T_0})^2$ .
8. Tracer l'allure du graphe de  $W$  en fonction de  $T_1$  pour  $T_0 < T_1 < T$ .

On définit le rendement du dispositif comme le rapport du travail maximum récupérable sur la chaleur  $Q$  qu'on pourrait retirer de l'unité de masse du fluide  $F_0$  par refroidissement isobare de  $T$  à  $T_0$

$$\eta = \frac{W_m}{Q}$$

9. Exprimer  $\eta$  en fonction de  $T$  et de  $T_0$
10. Exprimer l'efficacité de Carnot  $\epsilon$  d'une machine ditherme qui fonctionnerait entre deux sources à  $T_1$  et  $T_0$  puis l'exprimer en fonction de  $T$  et  $T_0$ . Montrer que  $\eta = \frac{\epsilon}{2 - \epsilon}$
11. Tracer l'allure du graphe de  $\eta$  fonction de  $\epsilon$ , pour  $0 < \epsilon < 1$ .