Final

Exercice n°1 : Moteur thermique

Un moteur ditherme fonctionne entre deux thermostats selon un cycle constitué de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isochores. Les températures des thermostats sont T_{FR} (source froide) et T_{CH} (source chaude) avec $T_{FR} < T_{CH}$. Le cycle est décrit par n moles de gaz supposé parfait de capacité thermique molaire à volume constant C_V. Pour ce gaz, le rapport de la capacité thermique molaire à pression constante C_P et de C_V est égal à 1, 4.

Les différentes transformations du cycle sont :

- A → B : compression adiabatique réversible de durée Δt ;
- B → C : compression isochore par contact du gaz avec la source chaude par l'intermédiaire des parois du cylindre qui *A* le contient pendant une durée Δt_1 ;
- C → D : détente adiabatique réversible de durée Δt ;
- D → A : détente isochore par contact du gaz avec la source froide par l'intermédiaire des parois du cylindre qui le contient pendant une durée Δt_2.

On ne tiendra pas compte de la capacité thermique du cylindre contenant le gaz. Chaque grandeur pression P, volume V et température T du gaz en un point du cycle sera indiquée par la lettre de ce point. On notera $\alpha = \dfrac{V_A}{V_B} = \dfrac{V_D}{V_C}$ le rapport volumétrique de compression.

Données : $T_{FR} = 350$ K ; $T_{CH} = 1100$ K ; $\alpha = 10$; $R = 8{,}314$ J.K^{-1}.mol^{-1} ; n = 0, 05 mol.

$\Delta t = 1{,}00.10^{-2}$ s ; $\Delta t_1 = 4{,}43.10^{-2}$ s ; $\Delta t_2 = 3{,}45.10^{-2}$ s.

1) Etablir la relation de Mayer. En déduire les expressions de C_V et C_P en fonction de R et γ. Calculer C_P et C_V
2) Déterminer l'expression littérale de T_B en fonction de T_A et celle de T_D en fonction de T_C et des données α et γ. Calculer T_B et T_D sachant que $T_A = 390$ K et $T_C = 1000$ K.
3) Déterminer, en fonction des données du problème les expressions littérales :

    - du transfert thermique Q_C reçu par le gaz, pendant la durée du cycle, de la part de la source chaude. Montrer que $Q_C = 20$ J.

    - du transfert thermique Q_F reçu par le gaz, pendant la durée du cycle, de la part de la source froide. Montrer $Q_F = -8$J.
4) Déterminer en fonction des données du problème l'expression littérale du travail W reçu par le gaz pendant la durée d'un cycle. Quelle est la puissance moyenne P de ce moteur ? Calculer W et P.
5) Définir le rendement η de ce cycle moteur. Calculer ce rendement.
6) Donner l'expression littérale de la valeur maximale du rendement prévue par le théorème de Carnot ? Calculer ce rendement max. Que peut-on en conclure ?

7) Déterminer les expressions littérales ΔS_{AB}, ΔS_{BC}, ΔS_{CD} et ΔS_{DA}, de la variation d'entropie du gaz pour les quatre transformations du cycle. Calculer ΔS_{DA} et ΔS_{BC}.
8) Quelle est la variation d'entropie du gaz au cours d'un cycle ?
9) Déterminer la variation d'entropie ΔS_{CH} de la source chaude. Calculer ΔS_{CH}.
10) Déterminer la variation d'entropie ΔS_{FR} de la source froide. Calculer ΔS_{FR}.
11) Quelle est la variation d'entropie $\Delta S\infty$, au cours d'un cycle, du système constitué de l'ensemble des sources de chaleur et du gaz ? Calculer $\Delta S\infty$. Commenter le résultat.
12) Que les transferts thermiques aient lieu avec l'une ou l'autre des sources, on suppose que, à partir de l'instant t et pendant une durée infinitésimale dt, ils sont de la forme:

$\delta Q_C = K\,(T_{CH} - T(t)).dt$ au cours de la transformation B → C

$\delta Q_F = K\,(T_{FR} - T(t)).dt$ au cours de la transformation D → A

T(t) étant la température du gaz, supposée uniforme, à la date t et K une constante positive. On prendra K = 4, 5 uSI. Quelle est l'unité de K, exprimée en fonction des unités du système international ?

On pose $\tau = nC_V / K$.

13) Montrer que la relation entre T_{FR}, T_A, T_D, τ et Δt_2 s'exprime par $\Delta t_2 = \tau \ln\left(\dfrac{T_D - T_{FR}}{T_A - T_{FR}}\right)$

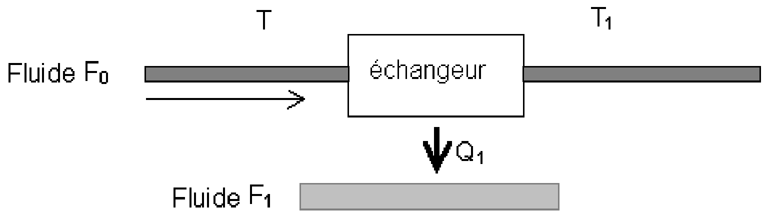
14) Montrer que la relation entre T_{CH}, T_B, T_C, τ et Δt_1 s'exprime par: $\Delta t_1 = \tau \ln\left(\dfrac{T_B - T_{CH}}{T_C - T_{CH}}\right)$.

15) Déterminer les valeurs limites $T_{A,lim}$ et $T_{C,lim}$ de T_A et T_C lorsque Δt_1 et Δt_2 tendent vers l'infini.

Exercice n° 2 : Principe de fonctionnement des centrales thermiques

Un fluide F_0 sort du réacteur de la centrale à la pression P et à la température T. Il est envoyé dans ces conditions dans un échangeur thermique où il cède de la chaleur à un second fluide F_1, qui sert à actionner les turbines de la centrale. Le fluide F_0 sort de l'échangeur à la température T_1 et est renvoyé dans le réacteur, sa pression restant égale à P durant tout le cycle (cf. figure 1). Le fluide Fo est décrit par son énergie interne U(T) et son enthalpie H(T) ; de plus sa capacité thermique massique à pression constante C_P est constante (Ses unités sont donc en $J.K^{-1}.kg^{-1}$).

Figure 1



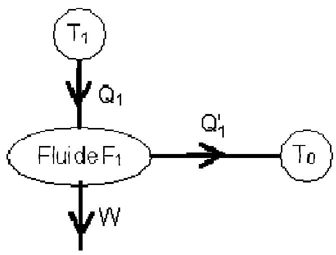
Soit 1 kg de fluide F_0 formant un système fermé évoluant dans l'échangeur thermique de la température T à la température T_1 à pression constante P.

1. Exprimer la chaleur Q_1 cédée par ce système en fonction des données.

Lors du transfert de l'unité de masse de fluide F_0 dans l'échangeur thermique, celui-ci cède au fluide F, en totalité la chaleur Q_1 évaluée précédemment. D'autre part, le fluide F_1 constitue un système fermé qui décrit une évolution cyclique réversible dans une machine thermique en fournissant à l'extérieur un travail W>0, en recevant la chaleur Q_1 de F_0 et en cédant une chaleur $Q'_1>0$ à l'atmosphère dont la température est T_0.

La machine est assimilée à une machine ditherme réversible fonctionnant entre une source chaude de température T_1 et une source froide de température T_0 (cf. figure 2).

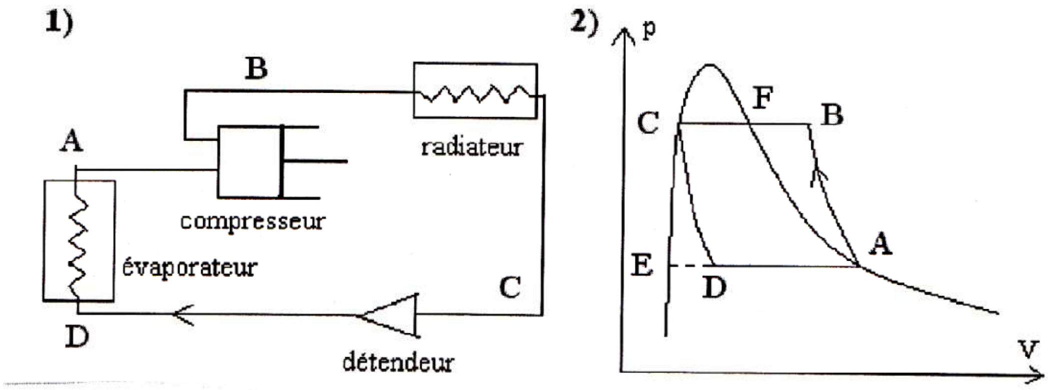
Figure 2



2. Rappeler la définition de l'efficacité thermodynamique ε de cette machine ditherme et l'exprimer en fonction de T_0 et T_1 (théorème de Carnot)
3. En appliquant le premier principe de la thermodynamique, établir la relation entre W, Q_1, Q'_1.,
4. En appliquant le deuxième principe de la thermodynamique, établir la relation entre Q_1, Q'_1., T_0 et T_1. Donner alors l'expression de Q'_1.
5. Montrer que le travail fourni W s'écrit : $W = C_p \dfrac{(T - T_1)(T_1 - T_0)}{T_1}$
6. Interpréter concrètement la valeur particulière de W lorsque $T_1=T_0$. Même question lorsque $T_1=T$.
7. Montrer que, T et T_0 étant fixées, W passe par un maximum W_m pour une valeur particulière T_m de T_1. Exprimer T_m et W_m en fonction de C_P, T et T_0. Tracer l'allure du graphe de W en fonction de T_1 pour $T_0<T_1<T$.

Exercice n°3 : Etude d'une pompe à chaleur

On étudie le fonctionnement d'une pompe à chaleur destinée au chauffage d'une habitation. L'appareil est une thermopompe à compression utilisant comme vapeur condensable l'ammoniac (NH_3) de masse molaire M = 17 g/mol. Dans cette machine, le fluide pris à l'état gazeux sur la courbe de rosée (vapeur saturante à pression P_A et à température T_A) est comprimé de manière adiabatique réversible jusqu'à l'état B (P_B, T_B). Il est ensuite refroidi puis entièrement liquéfié à pression constante (état C correspondant au liquide saturant sur la courbe d'ébullition, température T_C) dans un radiateur au contact de l'air de l'habitation qui constitue la source chaude de la machine. Il traverse alors un détendeur où il subit une détente adiabatique réversible qui ramène sa pression de P_B à P_A. Il se trouve alors partiellement liquéfié (état D). Il pénètre ensuite dans l'évaporateur (source froide) et se vaporise complètement à la pression P_A jusqu'au point A.



Les données sont les suivantes :

- la vapeur sèche jusqu'à son état saturant pourra être considérée comme un gaz parfait
- P_A = 3,5 Bars, T_A = 268 K, $S_A = S_B$ = 150,6 $J.K^{-1}\ mol^{-1}$, V_A = 5,9. $10^{-3}\ m^3$, P_B = 15 Bars ; $T_C = T_F$ = 311K ; γ = 1,32
- Chaleur latente de vaporisation : L(T) = a T + b avec a = - 67,43 $J.K^{-1}\ mol^{-1}$ et b = 39830 J mol^{-1}.

1) Calculer T_B.
2) Calculer $L(T_C)$.
3) Calculer la quantité de chaleur Q_{FC} correspondant au changement de phase.
4) Calculer la quantité de chaleur Q_{BF} correspondant au passage de la vapeur de B en F sur la transformation isobare.
5) En déduire que la quantité de chaleur $Q_1 = Q_{FC} + Q_{BF}$ est égale à (– 21274) J/mol.
6) Calculer alors le débit d'ammoniac sachant que le maintien de la température dans l'habitation nécessite une puissance de chauffage $\frac{\delta Q_1}{dt} = 10\,kW$.
7) Calculer l'entropie molaire S_C.

   On calculera $S_C - S_B = (S_C - S_F) + (S_F - S_B)$